SERVICIO NACIONAL DE APRENDIZAJE

SENA

DIRECCION NACIONAL BOGOTA COLOMBIA

PROGRAMAS DE CULTURA GENERAL

MATEMATICAS

PARTE I
ARITMETICA

DIVISION INDUSTRIAL

DIVISION INDUSTRIAL

DIRECTOR NACIONAL
Rodolfo Martínez Tono

ASISTENTE TECNICO
Alfonso Willches M.

DIRECTOR DE LA
DIVISION INDUSTRIAL
Dr. Guillermo Preciado C.

Elaborado por el
Ing. José M. González Ch.
en colaboración con
Ing. Jaime E. Leal N.
Sr. Pedro L. Angarita.

PROGRAMAS DE CULTURA GENERAL

Matemáticas

PARTE I
ARITMETICA

SENA
SERVICIO NACIONAL DE APRENDIZAJE
DIRECCION NACIONAL

ASESORIA O.I.T.

BGOTA, COLOMBIA. 1963

INTRODUCCION

El presente Programa de Matemáticas fue elaborado para los cursos de Perfeccionamiento en el Sector Industrial. Sin embargo por su contenido y extensión, puede ser adaptado a otros cursos.

El programa se halla dividido en 5 partes o Unidades que siguen el orden más lógico para la enseñanza de las Matemáticas :

1) Aritmética
2) Algebra
3) Geometría Plana
4) Geometría del Espacio
5) Trigonometria.

Este trabajo no pretende ser un nuevo texto de Matemáticas. Es apenas un comienzo, aún imperfecto, que nos servirá de guía para futuros mejores trabajos.

En consecuencia, agradeceremos cualquier sugerencia sobre el contenido del programa, así como las correcciones a los errores que inevitablemente aparecerán en él.

R E F E R E N C I A S

1) Aritmética, por Baldor.

2) Aritmética, por Wentworth y Smith

3) Arithmétique (Initiation a L' Algebre), por R. Cluzel y H. Court

4) Algébre, por R. Cluzel y H. Court.

5) Algebra, por Hall and Knight.

6) Elements D' Algébre, por F. I. C.

7) Algebra, por C.I. Palmer y S. F. Ribb

8) Elementos de Algebra, por Wentworth y Smith.

9) Geometría Elemental, por E. Pontseré.

10) Geometría, Curso Superior, por G. M. Bruño.

11) Cours de Geometric, por Reunión de Profesores.

12) Trigonometría, por Granville, Smith y Mikesh

13) Mathematics for Mechanies, por W. L. Schaat.

- - - - - - - - - - -

S E N A
Dirección Nacional
Bogotá - Colombia

M A T E M A T I C A S

DIVISION
INDUSTRIAL

A R I T M E T I C A

P L A N D E L P R O G R A M A

1) Origen - Definiciones: Cantidad, Medida, Unidad.- Numeración.- Números enteros.

2) Operaciones fundamentales.- Signos.- Repaso y problemas sobre las 4 operaciones.

3) Divisibilidad y sus caracteres.- Números Primos.- Descomposición en factores primos.- Máximo común Divisor.- Mínimo común Múltiplo.

4) Quebrados.- Propiedades.- Transformaciones.- Mínimo común Denominador. Las 4 operaciones con Quebrados.- Simplificación.- Quebrados complejos. Media Aritmética.

5) Decimales.- Propiedades.- Las 4 operaciones con Decimales.- Reducción de Decimales a Quebrados y viceversa.

6) Razones y Proporciones.- Propiedades.- Magnitudes Proporcionales.- Regla de Tres Simple y Compuesta.- Tanto por ciento.- Regla de Interés.

7) Potencias.- Cuadrados.- Raíz cuadrada.

8) Fórmula.- Elementos, ventajas y Usos.

9) Medidas .- Sistemas Métrico e Inglés.- Longitudes, Areas, Volúmenes, Capacidades, Pesos.- Concepto de Densidad y Peso Específico.- Moneda Decimal.- Conversiones y Reducciones.- Medidas de Tiempo y Temperatura.

10) Números complejos.- Operaciones y Transformaciones.

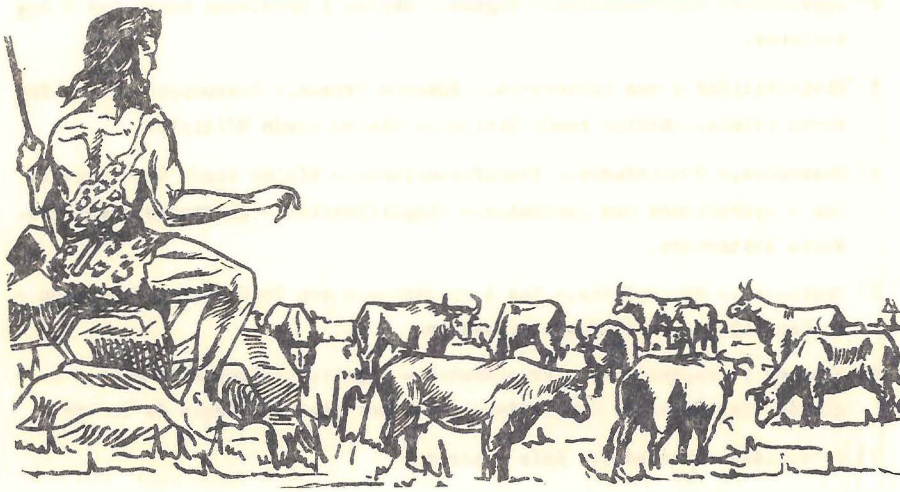
11) Mezclas y Ligaciones.

Gustavo Palacio Valdarriaga

\- - - - - - - -

ORIGEN DE LA ARITMETICA

El hombre primitivo, en ya lejanos tiempos se dió cuenta de que lo rodeaban muchas cosas; por ejemplo seres semejantes, los árboles, los animales, los ríos, etc. Tuvo necesidad de determinarlas, y para ello les dió nombres; pero como había varias cosas iguales vió la necesidad de saber cuántas eran y entonces las contó. Cuando el hombre se hizo la pregunta : CUANTOS ? sentó la base de las matemáticas, de su primera ciencia la ARITMETICA.



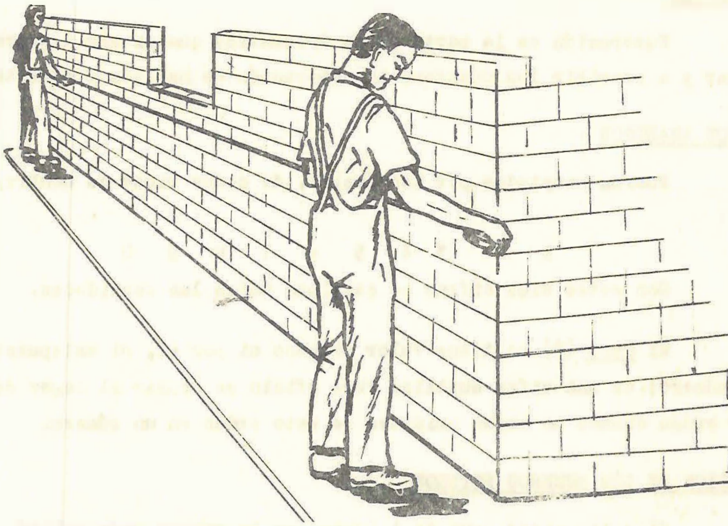
Qués es pues Aritmética ? Sabemos que es la ciencia que trata de la expresión, cálculo y propiedades de los números. Es decir, es el arte de calcular.

CANTIDAD : Si tenemos un montón de arena o de ladrillo, vemos que podemos sacar unos pocos y siempre nos queda algo en el montón, o echar y se nos hace más grande; entonces decimos que tenemos una cantidad.

Las Cantidades pueden ser :

a) Continuas, cuando se pueden medir, como la longitud de un río, la altura de un árbol, la estatura, etc.

b) Discontinuas, cuando se pueden contar, como un grupo de alumnos, un paquete de tornillos,etc.



MEDIR : Una cantidad se mide cuando se compara con otra conocida y de la misma especie que se toma como unidad.

UNIDAD :

La cantidad conocida con la cual se comparan todas las cantidades de la misma especie es la unidad. Ej : para medir longitud, la unidad es el metro; para tornillos, es 1 tornillo, etc.

NUMERO :

Es el conjunto de unidades o partes de unidad de una misma especie, que resulta de medir una cantidad.

CLASES DE NUMEROS :

De medir una cantidad pueden resultar tres clases de números : 1º el número entero cuando contiene un número exacto de veces a la unidad : Ej: 3 metros.- 2º El número quebrado cuando no alcanza a contener a la unidad sino a una parte; Ej: $\frac{1}{4}$ de metro; y 3º El número mixto cuando contiene una o varias veces la unidad y una o más partes de ella. Ej: $5\frac{1}{2}$ metros .

Los bienes si no son comunicados no son bienes

NUMERACION

Numeración es la parte de la Aritmética que enseña a expresar, a nombrar y a escribir los números; la numeración es hablada y escrita.

NUMEROS ARABIGOS :

Fueron adoptados por los árabes, de donde viene su nombre, y son diez :

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Con estas diez cifras se escriben todas las cantidades.

El Cero (0) no tiene valor ninguno ni por sí, ni antepuesto a - otro número; es una cifra auxiliar cuyo oficio es ocupar el lugar de cualquier orden cuando no hayan unidades de este orden en un número.

FORMACION DE LOS NUMEROS ENTEROS

Si a la unidad, que es 1 (uno) se le agrega otra unidad, se obtiene el 2; si se añade otra unidad se obtiene el 3, etc. Así podemos continuar indefinidamente pudiendo ver claramente que la serie de los números enteros es ilimitada.

Cada uno de los 9 primeros números expresa unidades simples o de primer orden.

Cuando se llega a 10 unidades simples y se necesita expresar este conjunto, se obtiene la unidad de segundo orden que se compone de 10 unidades simples: es la Decena.

Al contar decenas: 1, 2, 3, ... hasta 10 decenas, se obtiene la - unidad de tercer orden o centena.

Se cuentan centenas 1, 2, 3, ... hasta 10 centenas; este conjunto o cantidad se llama mil, millar o Unidad de 2a. clase y es la unidad de cuarto orden.

Entonces las unidades de 1º, 2ª y 3º orden forman la primera clase, o de las unidades simples. El 4º, 5º y 6º orden o de las unidades de millar forman la 2a. clase y estas dos clases forman el primer período que es el - millar.

En igual forma se continúan obteniendo órdenes, clases y períodos, conforme lo muestra claramente el cuadro que vemos en seguida :

Gustavo Palacio Valderrama

SENA
Dirección Nacional
Bogotá - Colombia

MATEMATICAS
- Aritmética -

DIVISION INDUSTRIAL

CUADRO GENERAL DE FORMACION DE LOS NUMEROS ENTEROS

Izquierda Derecha

ORDENES																							
24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Centenas	Decenas	Unidades	Centenas	Decenas	Unidades	Centenas	Decenas	Unidades	Centenas	Decenas	Unidades	Centenas	Decenas	Unidades	Centenas	Decenas	Unidades	Centenas	Decenas	Unidades	Centenas	Decenas	Unidades
8a. Clase			7a. Clase			6a. Clase			5a. Clase			4a. Clase			3a. Clase			2a. Clase			1a. Clase		
De mil de Trillón			de Trillón			De mil de Billón			De Billón			De mil de Millón			De Millón			de las unidades de millar			de las unidades simples		
4o. Período de trillones						3er, período de billones.						2o. período de millones						1er. período de Millar					

Este cuadro se puede continuar, en la misma forma, hacia la izquierda hasta donde se quiera, ya que la serie natural de los números es infinita.

Este sistema de numeración se llama Decimal y su base está en que 10 unidades de un orden forman una unidad del orden superior inmediato; mil unidades de una clase forman una unidad de la clase superior inmediata. Y a la inversa, una unidad de un orden vale 10 unidades del orden inferior inmediato, etc. Así se ha podido designar un valor absoluto y un valor Relativo de cada número.

Valor Absoluto de un número : es el que depende de la forma que tiene la cifra : 1 - 3 - 5 - 8 y conserva este valor en cualquier lugar en que se encuentre colocado y

Valor Relativo o local: es el que depende del lugar que ocupa la cifra que lo representa.

El conocimiento avanza paso a paso y no a saltos

OPERACIONES FUNDAMENTALES

Las diversas combinaciones que se hacen con los números cuando - se quiere buscar un resultado se llaman OPERACIONES. Hay unas que se llaman fundamentales porque son la base de todas las demas operaciones aritméticas y en cualquier cálculo que se ejecute intervienen una o más de éllas.

Estas operaciones son :

1) Adición o suma
2) Sustracción o Resta
3) Multiplicación y
4) División.

SIGNOS :

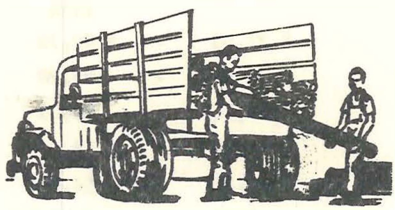
En Aritmética se usan los siguientes signos :

+	Suma	%	Tanto por ciento
-	Resta	$\sqrt{\ }$	Radical (raíz cuadrada)
x	Multiplicación	$\sqrt[3]{\ }$	Raíz cúbica
÷	División	c/u	Raya de quebrado
$\llcorner$	" (galera)	&	y
/	"	*	Asterisco (Estrella,llamada)
=	Igual	¨	Diéresis
>	Mayor que	≥	Mayor o igual que
<	Menor que	≤	Menor o igual que
≠	Diferente de	‰	Tanto por mil
∴	Por lo tanto,en consecuencia	º	Grado
#	Número	'	minuto
Nº	"	"	segundo
$	Pesos	→	Tiende a (hacia)
( )	Paréntesis	'	Pie
{ }	Llave	"	Pulgada
[ ]	Corchete	≃	aproximadamente igual
—	Vínculo	∞	infinito

No sabrá actuar el hombre que poco sabe

ADICION O SUMA

Es la operación que tiene por objeto reunir varios números de una misma especie en un solo número, que es el resultado, total o suma.



EJEMPLO 1 : Para la construcción de un edificio llegan 3 camiones cargados : el 1º con 2.342 varillas, el 2º con 1.948 y el 3º con 3.567. Cuántas varillas se reciben ?

Solución : Para saberlo, adicionamos las tres cantidades de varillas, pudiendo disponer la operación en forma horizontal o en forma vertical.

2.342 + 1.948 + 3.567 = 7.857 Varillas

```
 2.342
 1.948
 3.567
 -----
 7.857 Varillas
```

EJEMPLO 2 : En el almacén hay 5.243 tornillos de 1", 3.468 de 3/4", 1.087 de ½", 2.749 de 5/8", 943 de 3/8" y 2.869 de 3/8". Cuántos tornillos hay en total ?

Solución : Para saberlo, sumamos las cantidades de tornillos así :

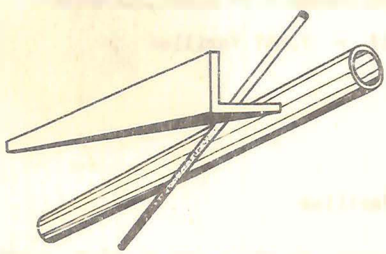
5.243 + 3.468 + 1.087 + 2.749 + 943 + 2.869 = 16.359 Tornillos
o así, en forma vertical :

```
  5.243
  3.468
  1.087
  2.749
    943
  2.869
 ------
 16.359 Tornillos
```


Método es el medio para ejecutar un trabajo

EJEMPLO 3 : En un taller, trabajando por tarea o a destajo, 3 mecánicos ganan cada día los jornales indicados abajo. Se pregunta : cuánto paga el taller cada día ? Cuánto gana cada mecánico en la semana y cuánto paga el taller en la semana ?

	1er Mec..	2º Mec.	3er Mec.		Por día paga
Lunes	$ 17,40	$ 35,80	$ 27,50	=	$ 80,70
Martes	26,70	18,60	38,58	=	83,88
Miércoles	28,90	28,95	28,16	=	86,01
Jueves	24,85	28,40	22,69	=	75,94
Viernes	18,70	16,75	19,43	=	54,88
Sábado	14,25	16,18	15,00	=	45,43
	130,80	144,68	151,36	=	426,84



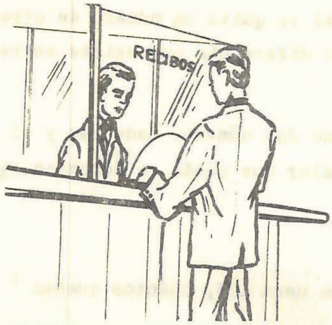
EJEMPLO 4 : En una empresa se reciben cada día las toneladas de varillas, ángulos y tubos de hierro indicadas abajo. Se pregunta: cuántas toneladas entran cada día ? Cuántas de cada material en la semana y cuántas por todo ?

Días	Varillas	Angulos	Tubos		Total
Lunes	17,420	35,875	27,545	=	80,840 Ton
Martes	26,705	18,640	38,580	=	83,925
Miércoles	28,975	28,955	28,165	=	86,095
Jueves	24,810	28,415	22,690	=	75,915
Viernes	18,745	16,780	19,435	=	54,960
Sábado	14,950	16,195	15,015	=	45,505
	130,950	144,860	151,430		427,240

Aquí se resumen las propiedades de la suma : formas horizontal y vertical, la prueba, grupos parciales para varias sumas y sumar éstas para comprobar el total.

La destreza se adquiere con el tiempo y la práctica

EJEMPLO 5 :



En un banco las consignaciones se registran agrupando cheques, billetes y moneda. Si hay 9 sucursales en la ciudad y su movimiento diario es como se ve en seguida, cuál es el acumulado diario en cada una? Cuánto acumuló de cada especie el banco , y cuánto en total ?

Sucursal	Cheques	Billetes	Moneda		Total c/suc.
Nº 1	$ 223.248	414,800	112,320	=	$ 750.368
Nº 2	216.426	141.115	41.514	=	399.056
Nº 3	300.268	81.324	2.000	=	383.592
Nº 4	426.246	325.415	28.549	=	780.210
Nº 5	50.384	187.149	18.231	=	255.764
Nº 6	458.631	348.300	15.326	=	822.257
Nº 7	384.248	40.215	125	=	424.588
Nº 8	956.100	943.900	12.200	=	1.912.200
Nº 9	5.641	84.148	534	=	90.323
	3'021.192	2'566.366	230.800	=	5'818.358

PROBLEMAS

1) Un taller tiene 25 motores eléctricos, 8 de gasolina y 12 diesel; cuántos motores hay ?

2) En una semana se paga a 3 choferes con $324; a 3 ayudantes con $ 146; a un despachador $ 75 y a otros empleados $ 683. Cuánto es el gasto ?

3) Para el piso de una oficina se gastan 800 baldosines de caucho por valor de $720; para otra se usan 640 que valen $ 576,y para una tercera se emplean 1.030 por valor de $ 927.Cuántos baldosines se usan y cuánto valen?

4) A un comisariato llegan 40 arrobas de tomate; 125 arrobas de naranjas; 32 arrobas piñas; 18 arrobas de limones; 22 arrobas de papayas.Cuántas arrobas se recibieron ?

Nadie debe aprovechar la ignorancia ajena

SUSTRACCION O RESTA

Es una operación por medio de la cual se quita un número de otro de la misma especie, es decir, se determina la diferencia que existe entre dos números,así : 12 - 5 = 7 .

En la sustracción no intervienen sino dos números cada vez y el menor se ha de quitar siempre del mayor; el valor que queda se denomina residuo, resta o diferencia.

EJEMPLO A)

En un cajón hay 144 tornillos; si se usan 123, cuántos quedan ?
Efectuamos una sustracción, así :

144 - 123 = 21 Tornillos

```
 144
-123
  21  Tornillos
```

EJEMPLO B)

De 78.063 aisladores producidos, se venden 40.908.Cuántos quedan?
Para saberlo efectuamos una sustracción :

78.063 - 40.908 = 37.155

```
             78.063
           - 40.908
           --------
diferencia   37.155  Aisladores
```

EJEMPLO C)

De $10.000,oo que vale un torno se pagaron $7.869,25.Cuánto se debe?
Efectuamos una sustracción y tenemos :

10.000.oo - 7.869.25 = 2.130,75

```
             10.000.oo
              7.869.25
             ---------
diferencia  $ 2.130,75
```

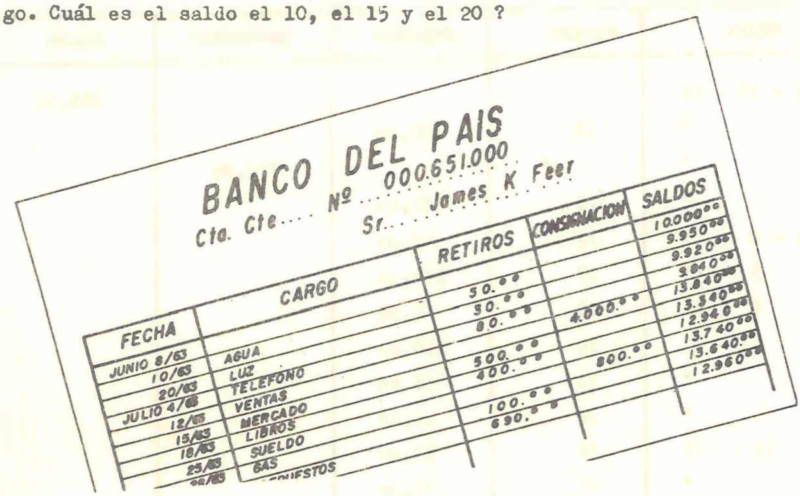
EJERCICIOS

1) Cuenta corriente de un Banco : determinar los saldos diarios y el final.

FECHA	NUMERO	CHEQUES	DEPOSITOS	SALDO
Jun - 1º - 61				259,11
*	16	180,00		
*	*		772,99	
*	15	31,00		
Jun - 2 - 61	14	43,00		
" 5 - 61	17	145,00		
" 6 - 61	18	60,00		
" 9 - 61	20	160,00		
*	21	56,00		
*	22	16,00		
12 - 61	24	30,00		
*	23	22,00		
Jun -14 - 61	25	166,00		
" 15 - 61	*		800,50	
*	*		755,80	
" 16 - 61	26	200,00		
" 20 - 61	28	40,00		
" 19 - 61	19	111,00		
*	31	140,00		
*	29	12,00		
" 23 - 61	30	65,00		
*	33	8,00		
*	27	41,60		
*	32	23,00		
" 24 - 61	*		792,99	
" 27 - 61	36	50,00		
	34	28,00		

La confianza en sí mismo es el secreto del éxito

2) En el movimiento de mi cuenta corriente en el Banco, después de consig - nar mi sueldo tengo el 3 de este mes el saldo que se ve en el cuadro. Luego voy pagando con cheques lo indicado; y al mismo tiempo consigno al go. Cuál es el saldo el 10, el 15 y el 20 ?



Fecha	Cargo	Retiros	Consignación	Saldo
Enero 3/61				18.426,17
" 8	Ferretería Alemana	3.725,12		
" 8	Pérez y Cía(arriendo)	2.104,75		
" 9	Luz	234,41		
" 9	Teléfono	45,50		
" 9	de Ventas		1.345,28	
" 10	Mercado	320,40		
" 12	Prima		628,75	
" 14	Agua	64,92		
" 15	Ropa	764,85		
" 16	Sueldo		2.751,89	
" 18	Cuota carro	4.568,45		
" 19	Libros	347,90		
" 20	Gas	78,35		

Lo que merece ser hecho, merece que se haga bien

3) Si en la cuenta corriente de un almacén se hacen los siguientes asientos, cuál será el saldo ?

Fecha	Cargo	Debe	Haber	Saldo
Feb.15/61	Saldo anterior			4.370,18
" 16	Tornillos	453,14		
" 17	Varillas 3/4	875,50		
" 18	Martillos	140,oo		
" 18	Pagan en cheque		462,15	
" 19	Poleas	1.245,oo		
" 19	Motor	520,85		
" 20	Cable eléctrico	624,40		
" 21	Cancela con cheque		6.345,64	
" 21	Bomba y accesorios	4.302,75		

PROBLEMAS

1) Una fábrica de cerveza paga con $ 352.746, un poco de cebada que vale - $186.403; un poco de maíz por $35.897 y un poco de lúpulo con el resto. Cuánto pagó por ese lúpulo ?

2) En un tanque de mezclas se echan 1.450 litros de alcohol, luego 1.520 - litros de solución de azúcar y 1.840 litros de solución de panela; si - la capacidad del tanque es de 5.000 litros, cuántos litros de agua se - deben agregar para llenarlo ?

3) De 24.560 cajas de contador producidas en una fundición se despachan - 5.346 para una empresa, 8.967 para otra y 4.362 para otra; cuántas quedan en bodega ?

4) Una fábrica textil recibe entre algodón y lana 40.900 arrobas; la diferencia entre la cantidad mayor que es la del algodón y la de lana, es - de 4.100 arrobas; cuántas arrobas corresponden a cada producto ?

5) Una casa compra un tractor en $ 75.000 y un carro en $ 80.000.oo; vende el tractor en 87.850 y paga $ 1.245.oo de comisiones; y vende el carro en $ 145.000, y paga $ 3.780 de comisiones; cuánto ganó ?

El mejor maestro es el ejercicio

MULTIPLICACION

Es una operación que tiene por objeto hacer mayor un número tantas veces como indica otro número.

Signo de la multiplicación : Se indica esta operación colocando una x (equis) entre las cantidades que se quieren multiplicar; esa x, se lee "por".

Ejemplo a): Una máquina produce 15 tornillos por hora. Cuántos produce en 8 horas?

Tenemos que : 15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15 = 120

es decir, sumamos 15 tornillos, 8 veces y obtenemos el total: 120 tornillos producidos. Vemos así que multiplicar es sumar un número consigo mismo un determinado número de veces. Pero como este procedimiento es largo, hay necesidad de recurrir a un sistema abreviado que es la multiplicación. Entonces el resultado anterior lo podemos obtener más fácil y rápidamente por multiplicación, así :

15 x 8 = 120 tornillos

Ejemplo b) : 5 personas compran cada una 8 panes de $2. Cuánto pagan ?

Tenemos: 5 x 8 x 2 = 80.oo

o también, 8 x 2 x 5 = 80.oo

8 x 5 x 2 = 80.oo

2 x 8 x 5 = 80.oo

Los números que se multiplican se denominan factores y el resultado producto. En el ejemplo b) vemos que el orden de los factores no altera el producto o resultado.

TABLAS DE MULTIPLICAR

Son necesarias para poder efectuar fácilmente la multiplicación, y al menos los productos de los números simples deben saberse de memoria.

Enseguida se muestra la tabla Pitagórica de multiplicar :

TABLA DE MULTIPLICAR

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144

Para encontrar el producto de dos números en esta tabla se busca uno en la primera línea y el otro en la primera columna, y en la casilla en que se encuentren ambas está el producto pedido.

De esta tabla se han separado las tablas de multiplicar para cada número con el fin de facilitar su aprendizaje.

Ejemplo c): En un taller se producen 2.008 motores por mes; cuánto valen a \$3.204 cada uno ?

Tenemos

```
     3.204
   x 2.008
    25 632
  6408
  6433.632
```

Aquí notamos que no se escriben los productos parciales por cero, que son ceros; pero siguiendo el proceso de la multiplicación, cada producto parcial se coloca debajo de la cifra por la cual se multiplicó.

El sufrimiento es alivio del dolor

Ejemplo d): En una empresa hay 1.300 trabajadores; si a cada uno se le pagan $200.oo en promedio por semana, cuál es el gasto total ?

Tenemos 1.300 x 200 = $ 260.000 pesos

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times\ 2 \\ \hline 26 \end{array}$$ y por lo tanto 260.000 pesos

Para hacer la operación es suficiente con multiplicar las cifras significativas solas y luego colocar todos los ceros que tienen ambos números a la derecha del producto obtenido.

NOCION DE POTENCIAS

Al ejecutar la multiplicación encontramos que hay casos en que un número se multiplica por sí mismo dos o más veces, es decir, que se hace el producto de varios factores iguales; a ese producto resultante se le llama Potencia.

Así: 4, 8 y 16 son potencias de 2 porque

$2 \times 2 = 4$ $2 \times 2 \times 2 = 8$ $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$

9, 27 y 81 son potencias de 3 porque

$3 \times 3 = 9$ $3 \times 3 \times 3 = 27$ $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

100, 1.000 y 10.000 son potencias de 10 porque

$10 \times 10 = 100$ $10 \times 10 \times 10 = 1.000$ $10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10.000$

Cuando el número no se toma sino una vez se dice que es la primera potencia, como 2, 5, 8, etc y se dice que es la Base de la potencia, pues las demás potencias son repetición de él.

Para hacer fácil la expresión de las potencias se escriben colocando el número base y en la parte superior derecha un número pequeñito que dice el grado de la potencia, es decir, el número de veces que se toma como factor.

Así $2 \times 2 = 2^2$; $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

Para números mayores :

$$582 \times 582 = 582^2$$

$$18.425 \times 18.425 \times 18.425 = 18.425^3$$

La dirección de nuestro espíritu es más importante que su progreso

ALGUNOS CASOS PARTICULARES DE MULTIPLICACION

a) Para multiplicar por la unidad seguida de ceros : 10, 100, 1.000, etc., un número cualquiera, es suficiente agregar a la derecha del número 1, 2, 3, etc. ceros, es decir, el mismo número de ceros que tenga la unidad, así:

25 x 10 = 250   84 x 100 = 8.400   1357 x 1.000 = 1'357.000

b) Para multiplicar un número por 9, 99, 999, etc. se multiplica el número por 10, 100, 1.000 etc. y se le resta una vez el número.

Así :

26 x 9 = 26 x (10-1) = 26 x 10 - 26 = 260 - 26 = 234

457 x 99 = 457 x (100 - 1) = 457 x 100 - 457 = 45.700 - 457 = 45.243

c) Para multiplicar un número por 11, se multiplica por 10 y se añade al producto el número .

Así :

384 x 11 = 384 x (10 + 1) = 384 x 10 + 384 = 3.840 + 384 = 4.224

En igual forma se procede para multiplicar un número por 101, 1001, etc, multiplicando por 100, 1.000, etc., y al producto añadiéndole una vez - el número.

d) Para multiplicar un número por 25, se multiplica por 100 y se divide el producto por 4. (aunque se vale de la división lo anotamos aquí)

Así :

8.342 x 25 = (8.342 x 100) ÷ 4 = 834.200 ÷ 4 = 208.550

e) Para multiplicar un número por 5 se multiplica el número por 10 y se divide el producto por 2. (Aunque se utiliza la división lo anotamos aquí)

Así:

36 x 5 = (36 x 10) ÷ 2 = 360 ÷ 2 = 180

PROBLEMAS

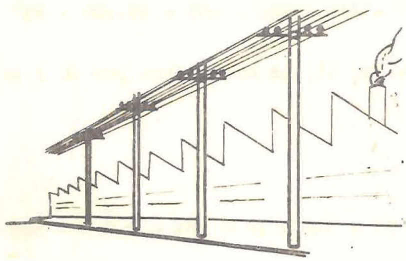
1º) Un trabajador remacha 17 tornillos por hora. Cuántos remacha en 37 jornadas de 8 horas ?

R = 5.032

2º) Un taller prepara listón machihembrado sacando de cada tablón 12 listones; cuántos listones produce con 6.845 tablones ?

R = 82.140

3º) Se va a instalar en la fábrica una línea trifásica de 37 apoyos; la distancia entre apoyos es de 12,5 metros. a) Cuántos aisladores se necesitan ?; b) Cuál es el largo de la línea ? c) Cuántos metros de alambre - usa; d) Cuánto pesa el alambre si - cada metro pesa 2,3 kg. e) Cuánto - vale todo el alambre si está a $4,80 el metro ? ; f) Cuánto valen los - aisladores, si están a $ 3,75 cada uno ?



4º) Una fábrica recibe 23 cajas de tornillos con 235 gruesas cada una. Cuántos tornillos son, si una gruesa tiene 144 tornillos ?

5º) Una planta consume 18 galones - de ACPM por hora. Cuánto vale el consumo en 30 días de trabajo contínuo, si un galón de ACPM vale $ 1,06 ?

R : $ 13.737,60

6º) Un carro viaja a 60 km por hora y otro a 40 km por hora. Después de 16 horas de viaje, qué distancia los separa si salen del mismo sitio, en opuestas direcciones y a la misma hora ?

R : 1.600 km.

Ningún camino de flores conduce a la gloria

EJERCICIOS

Dar el valor de la siguiente lista de artículos de automotriz.

Cantidad	Descripción	Precio Unitario	Valor total
764	Tornillos	1,65	
122	Soportes	6,48	
3	Motores	1.450,75	
116	Llaves alemanas	12,14	
28	Juegos de anillos 3 9/16	87,40	
75	Juegos de cabezotes	30.oo	
148	" guías de válvulas	55,78	
62	" Válvulas de admisión	78.00	
85	" " escape	73,00	
93	" Resortes Válvulas	47,78	
32	" Impulsadores válvulas	115.oo	
70	" Empaque motor	45,65	
17	" Empaque bomba agua	35.oo	
35	" " carburador	23,00	
14	" " bomba gasolina	17,25	
68	" Platinos	9,50	
35	" Retenes de aceite	87.00	
385	" Bujías	4,50	
14	" Bombas aceite	163,00	
35	Cajas de esplinder	38,70	
18	Cachos	175,40	

DIVISION

Ejemplo a): Cuántos obreros se pagan con \$45.oo a \$9.oo cada uno ?

Podemos hacerlo así:

$45 - 9 = 36; \quad 36 - 9 = 27; \quad 27 - 9 = 18; \quad 18 - 9 = 9; \quad 9 - 9 = 0$

Es decir, hemos ido restando sucesivamente \$9.oo hasta repartir todos los \$45.oo. Tuvimos que hacer 5 veces la resta, para saber que podemos pagarle a 5 obreros.

Para hacer más sencilla la operación y evitar tantas restas, se hace una división, así :

$$45 \div 9 = 5$$

y se obtiene rápidamente el resultado.

En este ejemplo podemos ver que la DIVISION es una sustracción abreviada, y que es una operación inversa de la multiplicación, pues en vez de agregar partes iguales para obtener un total, reparte o separa partes o números iguales de un conjunto.

Ejemplo b): Cuántos manguitos de 25 centímetros se pueden sacar de un trozo de madera de 310 centímetros de longitud ?

$$\begin{array}{r|l} 310 & 25 \\ \cline{2-2} 60 & 12 \\ 10 & \end{array}$$

En la División, al número (310) que se quiere dividir en partes iguales se le llama Dividendo; y al número (25) por el cual quiere dividirse el primero, se le llama Divisor. Al resultado que se obtiene (12) o sea el número que indica las veces que el dividendo contiene al divisor se le llama cociente, y el número que sobra (10), es decir, la parte que no pudo ser dividida exactamente por el divisor, se le llama residuo y es siempre menor que el divisor. Cuando el dividendo contiene al divisor un número exacto de veces, la división es exacta y no tiene residuo; la división no es exacta cuando sobra residuo.

La base fundamental de la división es que el dividendo es siempre igual al producto del divisor por el cociente; y cuando la división no es exacta, el dividendo es igual al producto del divisor por el cociente más el residuo.

Leed mucho pero no muchas cosas

Así en el ej. a):

$45 \div 9 = 5 \qquad 45 = 9 \times 5$: es exacta

Y en el ej. b) :

$310 \div 25 = 12$ y residuo 10 $\qquad 310 = 25 \times 12 + 10$: no es exacta.

Signo de la división: Para indicar la operación se usa el signo "dividido por" o "dividido entre" que se representa de varias maneras, así :

$\div$ o así $:$ o por raya horizontal o inclinada
o por la galera $\underline{/\quad\quad}$

$$45 \div 9 = 45 : 9 = \frac{45}{9} = 45/9 = 45 \underline{/ 9}$$

PROBLEMAS DE DIVISION

1º) Si 608 pistones han costado \$27.360, cuánto costó cada uno ?

R = \$ 45

2º) Si la superficie de un émbolo es 385 cm^2. (centímetros cuadrados), y se ejerce sobre ella una fuerza de 10.395 Kg., cuál es la presión por centímetro cuadrado ?

R = 27 Kg.

3º) Un lote de piezas de fundición pesa 11.060 Kg. Se supone que cada una pesa 28 Kg. Cuántas habrá en el lote ?

R = 395 p.

4º) Si el árbol del motor de una máquina da 9.730 revoluciones en 35 minutos, cuántas dará por minuto ?

R = 278 r.

5º) Si se pide un repuesto a Cali para la planta eléctrica de Lebrija, cuánto tiempo se demora en el viaje, desde que sale hasta que llega, si la envían en un camión que hace en promedio 34 Km por hora y la distancia es de 1.088 Km ?

R = 32 h.

6º) El Ferrocarril le paga $61.200 mensuales a 85 maquinistas; si todos ganan igual sueldo, cuánto recibe cada uno ?

R = $ 720

7º) Hay que hacer 4 líneas de tubería en una extensión de 135 metros. Si cada tubo mide 6 metros de largo, cuántos tubos se necesitan ?

R = 90 t.

8º) Se compra una docena de bombillas esmeriladas de 150 V. y 75 Watios - por $36. Cuánto vale cada bombilla ?

R = $ 3

9º) Una fábrica de tejidos paga $ 126.000 por algodón a razón de $ 420.oo la bala. Cuántas balas compro ?

R = 300 b.

10º) Cuántos buses se necesitan para transportar 1.044 trabajadores del campamento a los sitios de trabajo, simultáneamente, si en cada bus van 58 ?

R = 18 b.

11º) Cuántas canecas de 53 galones se pueden llenar con los 7.742 galones de ACPM que hay en un tanque ?.

R = 145 can.
(sobran 42 gal.)

12º) Las ruedas de un carro miden 2,50 metros de circunferencia. Cuántas vueltas dán en un viaje de Cúcuta a Medellín si el carro recorre 1.345 Km. ?

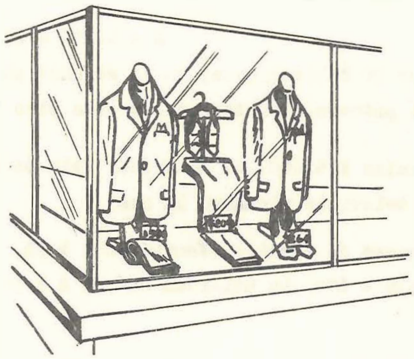
R = 538.000

El amor a los libros es amor a la sabiduría

PROBLEMAS VARIOS SOBRE LAS 4 OPERACIONES

1º) Un carro va a 40 km. por hora y le lleva una ventaja de 75 kms. a otro que va a 65 Km por hora en promedio; en cuánto tiempo alcanzará el segundo al primero ?

R = 3 horas

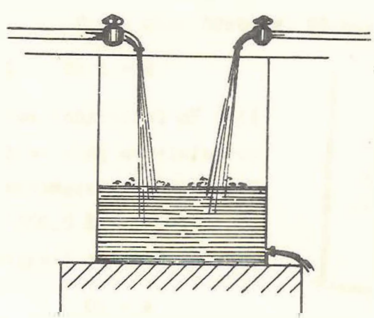


2º) En la vitrina de un almacén que está cerrado se exhiben vestidos y se ha caído el cartón del precio del vestido en forma que no se vé, pero hay otros que dicen: saco y pantalón \$ 300; pantalón y chaleco \$204; y - saco y chaleco \$264. Cuánto vale cada pieza y cuánto el vestido completo?

R = \$180; \$120; \$84; \$384

3º)Un tanque de 300 lts. de capacidad está vacío y cerrado el desagüe. En cuánto tiempo se llenará si abrimos al mismo tiempo 3 llaves que vierten la primera 36 litros en 3 min; la 2a. 48 lts. en 6 min y la 3a. 15 lts. en 3 min ?

R = 12 minutos



4º) Un tanque tiene una llave que - le suministra 200 lts. en 5 minutos y otra que le da 150 litros en 6 minutos.Por su desagüe salen 8 litros en 4 minutos.Si el tanque está va - cío siendo su capacidad de 1.323 litros y si se abren todas sus llaves a la vez en cuánto tiempo se llena?

R = 21 minutos

5º) Una fábrica vende 118 motores a \$ 700,oo cada uno y cierto número de bombas a \$600 cada una.Con el producido total se compra materia prima por \$ 106.560 y sobran \$ 43.240.Cuántas bombas vendió ?

R = 112

Sea siempre cortés, aun con aquellos que no lo merecen

6º) Un almacén compra a una fábrica 80 repuestos a $ 30.oo cada uno y paga $2 por transportes y recargos de cada uno. Se quiere saber en cuánto - debe vender los repuestos para ganar $ 6, en cada uno.

R = $ 3.040

7º) Un saco y un pantalón para jóvenes valen $ 150; el pantalón y el chaleco $102; y el saco y el chaleco $132. Cuánto vale cada pieza ?

R = S. 90 - P. 60; Ch. 42

8º) Un hotel de 2 pisos tiene 96 habitaciones; en el segundo piso hay 12 habitaciones más que en el primero. Cuántas hay en cada piso ?

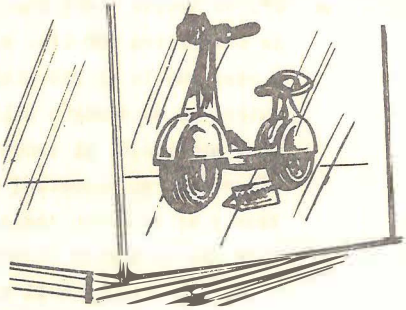
9º) Un televisor y su mesa valen $ 5.600; el televisor vale $4.900 más que su mesa. Cuánto vale el televisor y cuánto la mesa ?

10º) Un almacén compró 200 pares de zapatos. Vendió 50 a $ 75, 60 a $60, otros 70 a $45 y el resto a $70. La utilidad fué de $ 3.900.Cuál fué el costo de cada par ?

11º) Un agricultor contrata un obrero pagándole $5 por cada día que trabaje, y $2 por cada día que a causa de la lluvia no puede trabajar. Al cabo de 23 días el obrero recibe $91. Cuántos días trabajó y cuántos no trabajó ?

12º) Si se venden a $80 cada una de las bombas de aceite de motor, un almacen pierde $600. Y si las vende a $65 cada una pierde $ 1.500. Cuántas bombas de aceite tiene y cuánto le costó cada una ?

R = $ 60 $ 90



13º) Un importador recibe un lote de motocicletas para vender a $5.000. Se dañan completamente 15; y vendiendo el resto a $ 8.000 cada una no - pierde. Cuántas llegaron ?

R = 40

14º) Se compran cierto número de cajas de herramienta por $4.500; por la venta de una parte se reciben $4.000 a razón de $100 y ganando $10 en cada uno.A cómo se venden los restantes si al final hay una pérdida de $ 100 ?

El que quiere, puede

DIVISIBILIDAD

Un número es divisible por otro cuando lo contiene un número exacto de veces .

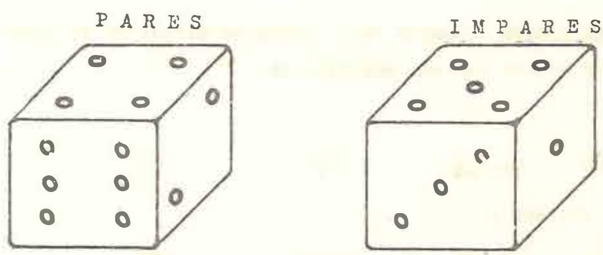
Múltiplo de un número es el producto de ese número por un factor cualquiera. Así: 24 es divisible por 6, porque lo contiene 4 veces exactas; es divisible por 8 porque lo contiene 3 veces exactas. Y al mismo tiempo 24 es múltiplo de 6, porque 6 x 4 = 24; y es múltiplo de 8 porque 8 x 3 = 24; y también 24 es múltiplo de 4 y de 3.

Así, cuando un número es múltiplo de otro o de otros es divisible por ese - o por esos otros números o factores.

Entonces tenemos que factor, divisor o submúltiplo de un número es otro número que está contenido un número exacto de veces en el primero, es decir, el que lo divide exactamente.

Así : 2, 3, 4, 6, 8, 12 son factores de 24.

En la serie de los 10 primeros números se han considerado cifras pares, a las que representan grupos de dos (grupos de un par) 2, 4, 6, 8 y 10; y cifras impares a las demás 1, 3, 5, 7 y 9, es decir, no son pares. Esta forma de distinguir los números se aplica a la serie natural, es decir, es general para cualquier número.



Así: Un número es par cuando termina en cifra par o en cero, como 12; 56 ; 80; 326; 1.240; etc; y siempre es múltiplo de 2.

Un número es impar : Cuando termina en cifra impar como 11; 23; 149; 867 - 12.341, 20.885; etc.

CARACTERES DE DIVISIBILIDAD

Son determinadas características o señales de los números que nos indican cuándo un número es divisible por otro, y nos permiten saberlo por una sencilla inspección.

Es divisible por 2 un número : Cuando su última cifra de la derecha, o de las unidades simples es cero o par.

Así, si los números

	8	26	72	146	1.238	200
se dividen por 2, se obtiene :	4	13	36	73	619	100

Es divisible por 3 un número : Cuando la suma de los valores absolutos de sus cifras es 3 o un múltiplo de 3, es decir, se puede dividir por 3. Como los siguientes :

21 75 141 876

Sumando las cifras de cada una, obtenemos :

2 + 1 = 3 7 + 5 = 12 1 + 4 + 1 = 6 8 + 7 + 6 = 21

Como cada una de estas sumas es divisible por 3, los números también son múltiplos de 3.

Es divisible por 4 un número : Cuando sus 2 primeras cifras de la derecha son ceros o forman un número que sea múltiplo de 4.

Así, si los números

765.3<u>00</u> 51.3<u>16</u> 32.5<u>96</u> 7<u>32</u>

se dividen por 4 se obtiene :

191,325 12.829 8.149 183

Es divisible por 5 un número : Cuando la cifra de las unidades simples, es decir, la última de la derecha termina en 0 o en 5 .

Así, si los números

	15	180	325	1745	8720	390
se dividen por 5, se obtiene :	3	36	65	349	1744	78

Es divisible por 6 un número : Cuando termina en cifra par y es divisible por 3 .

Así, los números

18 72 90 432 87.324

son divisibles por 6 porque son pares y divisibles por 3; al hacer la división, se obtiene

3 12 15 72 14.554

Es divisible por 7 un número : Cuando separando la primera cifra de la derecha, multiplicándola por 2 y restando este producto de lo que queda a la izquierda, y así sucesivamente, da 0 o múltiplo de 7. Cuando la resta no es posible, se invierte su sentido.

Ejemplo a) : Es divisible por 7 el número 2058 ?

```
 2 0 5'8          8 x 2 = 16
 - 1 6            9 x 2 = 18
 1 8'9
-  1 8            y 2.058 ÷ 7 = 294
    '0
```

Ejemplo b): Decir si 595 es divisible por 7 :

```
  5 9'5           5 x 2 = 10
 - 1 0            9 x 2 = 18
   4'9
 -1 8      Son divisibles
  1 4      por 7.       595 ÷ 7 = 85
```

Es divisible por 8 un número : Cuando sus 3 últimas cifras de la derecha son ceros o forman un múltiplo de 8.

Así, los números

6.000 23.000 376 39.584

Son divisibles por 8 porque sus 3 últimas cifras son ceros o múltiplos de 8.

Al hacer la división, se obtiene :

750 2.875 47 4.948

El hábito es el maestro más eficaz

Es divisible por 9 un número: Cuando la suma de los valores absolutos de - sus cifras es 9 o múltiplo de 9.

Por ejemplo, los números

45 81 711 10.413 32.400

Son divisibles por 9 porque la suma de sus cifras son múltiplo de 9. Al hacer la división se obtiene :

5 9 79 1.157 3.600

Un número es divisible por 10, 100, 1000 etc., cuando termina en 1, 2, 3, etc. ceros.

Ejemplos :

$30 \div 10 = 3 \qquad 1.200 \div 100 = 12 \qquad 34.000 \div 1.000 = 34$

Es divisible por 11 un número: Cuando la diferencia de la suma de las cifras de lugar impar menos la suma de las cifras de lugar par, principiando por - la derecha, es 0 o un múltiplo de 11.

Ejemplos : Decir si los números

77, 345. 675 y 891 son divisibles por 11 :

77 $\qquad 7 - 7 = 0 \qquad 3\dot{4}5\dot{6}7\dot{5} \qquad 15 - 15 = 0$

$\dot{8}9\dot{1} \qquad 9 - 9 = 0$

Es divisible por 25 un número :Cuando sus dos últimas cifras de la derecha son ceros o forman un múltiplo de 25.

Por ejemplo, los números :

200 875 2.450 82.325

son divisibles por 25 :

4 35 98 3.293

Quien enseña algo propaga la luz

NUMEROS PRIMOS

Si observamos los números 1, 2, 3, 5, 7, 17, 29, 83, 127, 149,etc. y tratamos de dividirlos por otros números, vemos que ninguno se puede dividir, sino por 1 o por él mismo; por esta manera especial de ser estos - números se llaman Primos.

Número Primo es aquél que sólo es divisible por sí mismo o por la unidad (1)

FORMACION DE UNA TABLA DE NUMEROS PRIMOS

1	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

Si se desea formar una tabla de Números Primos desde 1 hasta un número dado, se escribe la serie natural de los números desde 1 hasta ese número. Luego a partir del 2 que se deja, se tachan todos los múltiplos de 2; se toma el 3 que se deja y a partir de su cuadrado 9 se tachan todos los múltiplos de 3, que van de 3 en 3 lugares; se toma luego el 5 y a partir de su cuadrado 25 se tachan de 5 en 5 lugares todos los múltiplos de 5; se toma el 7 y a partir de su cuadrado 49 se tachan de 7 en 7 lugares todos los múltiplos de 7; se continúa en idéntica forma, hasta llegar a un número primo en que su cuadrado queda más allá del límite dado; los números que quedan sin tachar son primos.

Esta es una tabla de los números primos hasta 100, la que indica que dichos números son: 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 y 97.

Piense antes de actuar

MODO DE CONOCER SI UN NUMERO DADO ES PRIMO

Para saber si un número dado es primo o no, se divide el número por cada uno de los números primos menores que él y si se llega a una división que no es exacta en la que el cociente sea igual o menor que el divisor el número dado es primo. Si alguna división es exacta el número dado no es primo. En la práctica se aplican los caracteres de divisibilidad conocidos. Sea, por ejemplo, decir si 853 es número primo o nó :

Se aplican los caracteres de divisibilidad y vemos que 853 no es divisible por 2, 3, 5, 7 ni 11; y ahora se divide por 13, 17, 19 etc.

853 /13	855 /17	853 /19	853 /23	853 /29
73 65	003 50	093 44	163 37	273 29
8		17	02	12

aquí el cociente 29 = 29 divisor y la división no es exacta, luego 835 es primo.

Sea averiguar si 391 es primo :

Se ve que no es divisible por 2, 3, 5, 7, ni 11; lo dividimos por 13, 17, 19 etc. y vemos que la división por 17 es exacta y el cociente es mayor que el divisor, luego no es primo

391 /13	391 /17
01 30	51 23
	0

SCOMPOSICION EN FACTORES PRIMOS

Descomponer un número en sus factores primos es volverlo un producto indicado de factores primos.

Todo número que no es primo es un producto de factores primos.

Sea descomponer los números 64, 90, 841, 41.200

Se dispone cada uno de los números así :

El orden acelera el trabajo

64	2	90	2	41.200	2
32	2	45	3	20.600	2
16	2	15	3	10.300	2
8	2	5	5	5.150	2
4	2	1		2.575	5
2	2			515	5
1				103	103
				1	

$64 = 2^6$ $\qquad$ $90 = 2 \times 3^2 \times 5$ $\qquad$ $41.200 = 2^4 \times 5^2 \times 103$

El procedimiento que hemos seguido para descomponer un número en sus factores primos es dividir el número dado por el menor de sus divisores primos y así se continúa con los cocientes que van resultando, hasta llegar a un cociente igual a 1.

Los números que se han podido usar como divisores son los factores primos; se indica su producto agrupando sus factores primos en forma de potencia, si es posible.

NUMEROS PRIMOS ENTRE SI

Hay números como 5 y 8 o como 15, 38 y 49 que no tienen ningún divisor común, sino la unidad, aunque separadamente sea divisible por otros factores. Se dice entonces que los números son primos entre sí.

Números primos entre sí, son dos o más números que solamente tienen como divisor común a la unidad, aunque separadamente cada uno de éllos no sea primo Se les dice también primos relativos.

Como 12, 25 y 91; y como 10, 16, 21 y 35 son primos entre sí o primos relativos porque el único número que los divide a todos es 1 y ninguno de éllos es primo.

Números consecutivos son 2 o más números tales que cada uno se diferencia del anterior en una unidad; como 26 y 27; o como 45, 46, 47, 48 o como 1800 y 1801. etc.

Dos números consecutivos son primos entre sí.

Así : 6 y 7 $\qquad$ 18 y 19 $\qquad$ 124 y 125

Enfréntese a los problemas con serenidad

MAXIMO COMUN DIVISOR

Común divisor de dos o más números es otro número que los divide a todos - exactamente.

Ejemplo a) : 30 y 48 tienen como divisores comunes 2, 3 y 6.

Ejemplo b) : 40, 100 y 140 tienen como divisores comunes 2, 4, 5, 10 y 20.

Máximo Común Divisor, de dos o más números es el mayor número que los divide a todos exactamente. Se abrevia así : M. C. D.
Así en el ejemplo a), de los divisores comunes hay uno que es el mayor; 6 es pués el M.C. D. de 30 y 48; y en el ejemplo b), hay uno de los divisores comunes que es el mayor: 20 es el M.C. D. de 40, 100 y 140.

MANERAS DE ENCONTRAR EL M. C. D.

1) Por Inspección : sean 6, 18 y 30. Como el M. C. D. de varios números tiene que ser divisor del menor de ellos, entonces nos fijamos en el menor de - los dados y si divide a todos los demás, él será el M. C.D.; como el 6 que divide a 18 y a 30 entonces el M.C.D. es 6.

Pero si no los divide, buscamos cuál es el mayor de los divisores del menor que los divide a todos y ese será el M.C. D. buscado.

Cosa fácil de ejecutar cuando los números son pequeños. Como en 48,72 y 84 en que 48 no divide a los otros. De los divisores de 48, 24 no divide a 84; 16 tampoco; pero 12 si divide a 72 y a 84, por lo tanto 12 es el M.C. D.

2) Por descomposición en factores primos: El M.C. D. de varios números descompuestos en sus factores primos, es el producto de sus factores comunes - con su menor exponente (para que pueda estar contenido en el menor de los números).

Sea el M.C. D. de 861 345 726 Se dispone así:

$$\begin{array}{r|l} 861 & 3 \\ 287 & 7 \\ 41 & 41 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 345 & 3 \\ 115 & 5 \\ 23 & 23 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 726 & 2 \\ 363 & 3 \\ 121 & 11 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$861 = 3 \times 7 \times 41$ $\quad 345 = 3 \times 5 \times 23$

$726 = 2 \times 3 \times 11^2$

$$M.C.D. = 3$$

La cortesía no cuesta nada y gana todo

En las descomposiciones anteriores para hallar el M.C.D. tomamos el 3 que es el único factor común, por ser 3 el único factor que está en todas las descomposiciones. Ninguno de los otros factores es común. Por lo tanto el M.C.D. es 3.

Sea hallar el M.C.D. de 98 294 392 y 1176

98	2
49	7
7	7
1	

294	2
147	3
49	7
7	7
1	

392	2
196	2
98	2
49	7
7	7
1	

1176	2
588	2
294	2
147	3
49	7
7	7
1	

$$98 = 2 \times 7^2 \; ; \quad 294 = 2 \times 3 \times 7^2; \; 392 = 2^3 \times 7^2; \quad 1176 = 2^3 \times 3 \times 7^2$$

$$M.C.D. = 2 \times 7^2 = 98$$

<u>Ejemplo</u> : Cuál será la mayor longitud de una medida, con la que se pueden medir exactamente 3 distancias de 140 m. 560 m. y 800?

Como la mayor longitud que divide exactamente a los 3 números es el M.C.D. se busca éste y esa será la respuesta.

140	2
70	2
35	5
7	7
1	

560	2
280	2
140	2
70	2
35	5
7	7
1	

800	2
400	2
200	2
100	2
50	2
25	5
5	5
1	

$$140 = 2^2 \times 5 \times 7 \; ; \quad 560 = 2^4 \times 5 \times 7 \; ; \quad 800 = 25 \times 5^2$$

$$M.C.D = 2^2 \times 5 = 20$$

La medida es 20 m.

El hombre que poco sabe nunca se hará entender

MINIMO COMUN MULTIPLO

Común múltiplo de dos o más números es otro número que contiene exactamente a cada uno de ellos, es decir, es otro número exactamente divisible por cada uno de éllos, así:

24 es común múltiplo de 2, de 3, de 6 y de 12 porque se puede dividir por c/u
36 " " " " 2, de 3, de 6 y de 12 " " " " " "
48 " " " " 2, de 3, de 6 de 12 " " " " " "
60 " " " " 2, de 3, de 6, de 12 " " " " " "

Si tenemos 3 y 5, sus múltiplos comunes son todos los números que se pueden dividir exactamente por 3 y por 5, como 15, 30, 45, 60, 75, 90, - 390, etc; pero entre todos estos múltiplos comunes hay uno que es el menor de éllos; se dice que éste es el mínimo común múltiplo. Así, 15 es el mínimo común múltiplo de 3 y 5 .

El número de múltiplos comunes de 2 o más números es infinito, pero sólo hay uno de ellos que es el menor de todos: es el mínimo común múltiplo.

El M.C.M. de 4, 8 y 5 es 40 porque es el menor número que se puede dividir exactamente por 4 por 8 y por 5.

MANERA DE ENCONTRAR EL MINIMO COMUN MULTIPLO

Se descompone en sus factores primos cada uno de los números dados y luego el M.C.M. se forma con los factores primos comunes y los no comunes, tomados con su mayor exponente.

Así, el M.C.M. de 72 252 y 560 se halla así:

72	2	252	2	560	2
36	2	126	2	280	2
18	2	63	3	140	2
9	3	21	3	70	2
3	3	7	7	35	5
1		1		7	7
				1	

$72 = 2^3 \times 3^2$; $252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$; $560 = 2^4 \times 5 \times 7$

$$\text{M.C.M.} = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 5.040$$

Aconsejar no es mandar

Ejemplo :

Cuál es el M.C.M. de 84, 96, 108 y 64 ?

84	2	96	2	108	2	64	2
42	2	48	2	54	2	32	2
21	3	24	2	27	3	16	2
7	7	12	2	9	3	8	2
1		6	2	3	3	4	2
		3	3	1		2	2
		1				1	

$84 = 2^2 \times 3 \times 7$; $96 = 2^5 \times 3$; $108 = 2^2 \times 3^3$; $64 = 2^6$

$$\text{M. C. M.} = 2^6 \times 3^3 \times 7 = 12.096$$

PROBLEMAS

1º) Cuál es la menor suma de dinero con la cual se puede comprar un número exacto de tornillos de \$3, \$4, \$5, u \$ 8 cada uno y cuántos de cada valor podría comprar ?

R = \$120; 40 de 3; 30 de 4
24 de 5 y 15 de 8

2º) Cuál es la menor longitud de una varilla que se puede dividir en pedazos de 8, 9 o 15 centímetros de largo, exactamente y cuántos pedazos de cada longitud se pueden sacar de élla ?

R = 360 cm; 45 - 40 - 24

3º) Hallar la menor cantidad de pesos para pagar 3 cuadrillas de 20, 25 y 30 obreros; de modo que cada obrero reciba un número exacto de pesos; y cuántos pesos recibe cada obrero de cada cuadrilla, si ganan distinto?

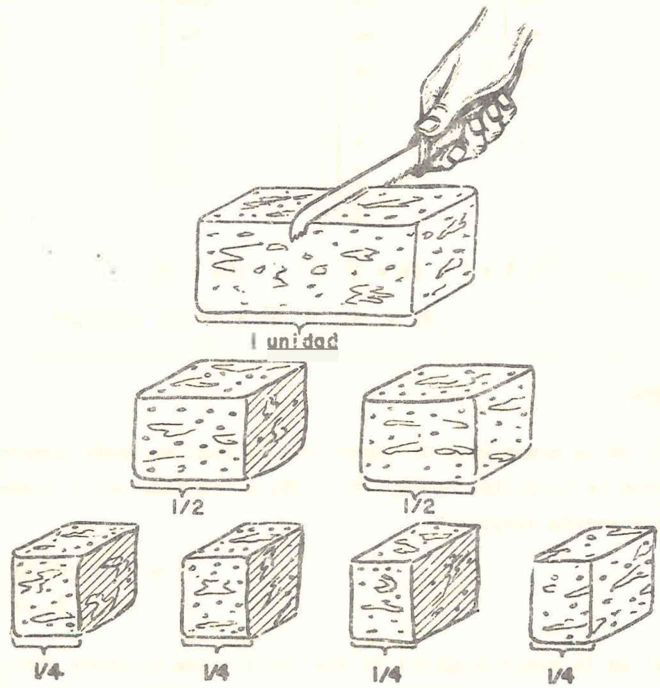
R = \$ 900

1a. \$ 15; 2a. \$ 12; 3a. \$ 10 c/u.

Disipe sus dudas: pida aclaraciones al Profesor

QUEBRADOS O FRACCIONES

Si tenemos un pan, y lo partimos en 2 pedazos o fracciones iguales, cada parte es la mitad, o sea un medio : $\frac{1}{2}$ o 1/2



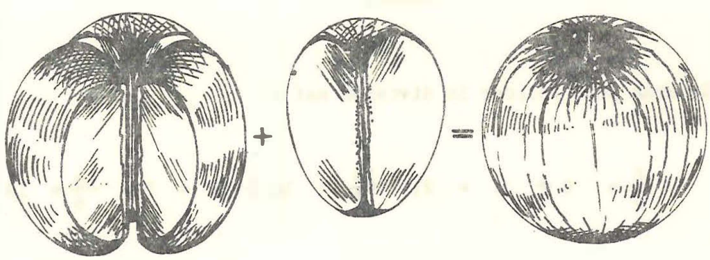
Como se ve, si tenemos una cosa o unidad, y la dividimos o partimos en 2, 3, 4, 5, etc. pedazos o fracciones iguales, cada parte es respectivamente un medio 1/2; una tercera parte o un tercio 1/3; una cuarta parte o un cuarto 1/4; una quinta parte o un quinto 1/5; y si es en 10 - 11 12 - 15 etc. partes cada fracción es una décima parte o un décimo : 1/10 ; una onceava parte o un onceavo 1/11; una doceava parte o un doceavo 1/12 ; etc.

Al dividir la unidad en 2, 3, 4, 5 - - - 10 - - - 12 - - - 15 , etc. partes, tenemos que se puede expresar o escribir así :

$$1 = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \frac{5}{5} = - - - \frac{10}{10} - - - = \frac{12}{12} - - - = \frac{15}{15} \text{ etc.}$$

El tiempo empleado en el estudio siempre es compensado en el futuro.

Ahora, si de las partes en que se ha dividido la unidad se toman, se separan, o se quitan una o varias entonces lo expresamos o indicamos, - así: sobre una línea horizontal colocamos el número de partes tomadas y debajo de la línea el número de partes en que se dividió la unidad; si dividimos en 4 partes la unidad y tomamos 2 cuartos se escribe así : 2/4; si - tomamos 3 partes así : 3/4 y los 2 números que forman el quebrado se llaman términos.



3/4 + 1/4 = 1 unidad

Se expresan así :

$$\frac{\text{Nº de partes tomadas}}{\text{Nº de partes en que se divide la unidad}} = \frac{\text{Numerador}}{\text{Denominador}} = \frac{N}{D} \left(\frac{3}{4} ; \frac{5}{8} ; \frac{4}{15} \right)$$

Los quebrados reciben el nombre de fracciones ordinarias, comunes o vulgares para distinguirlas de las fracciones decimales.

PRINCIPALES PROPIEDADES DE LOS QUEBRADOS

1º.- Si dos o más quebrados tienen igual denominador, es mayor el que tenga mayor numerador. Así :

$$\frac{2}{8},\quad \frac{3}{8},\quad \frac{4}{8},\quad \frac{5}{8},\quad \frac{7}{8} \quad \text{el mayor es } \frac{7}{8}$$

2º.- Si dos o más quebrados tienen igual numerador, es mayor el que tenga menor denominador. Así, de los quebrados

$\frac{5}{3}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{5}{16}$, el mayor es $\frac{5}{3}$ porque es el de menor denominador.

3º.- Se usan para indicar la división así :

$$\frac{6}{3} = 6 \div 3 = 2; \quad \frac{10}{5} = 10 \div 5 = 2 \quad \frac{18}{6} = 18 \div 6 = 3$$

4º.- Si se multiplica el numerador por un número el quebrado se hace mayor pues queda multiplicado por ese número .

sea : $\frac{3}{5}$

$$\frac{3}{5} \times 4 = \frac{12}{5} \quad y \quad \frac{12}{5} > \frac{3}{5} ;$$

$$\frac{8}{15} \times 5 = \frac{40}{15} \quad y \quad \frac{40}{15} > \frac{8}{15}$$

5º.- Si se multiplica el denominador de un quebrado por un número, el quebrado se hace menor pues queda dividido.

así :

$$\frac{3}{5 \times 4} = \frac{3}{20} \quad y \quad \frac{3}{20} < \frac{3}{5} ;$$

$$\frac{8}{15 \times 5} = \frac{8}{75} \quad y \quad \frac{8}{75} < \frac{8}{15}$$

6º.- Si se multiplican los dos términos de un quebrado por un mismo número el quebrado no se altera de valor.

$$\frac{3 \times 4}{5 \times 4} = \frac{12}{20} \quad y \quad \frac{3}{5} = \frac{12}{20};$$

$$\frac{8 \times 5}{15 \times 5} = \frac{40}{75} \quad y \quad \frac{8}{15} = \frac{40}{75}$$

7º.- Si se divide el numerador de un quebrado por un número, el quebrado queda dividido por el mismo número.

$$\frac{9}{10} \div 3 = \frac{3}{10}$$

$$\frac{8}{15} \div 4 = \frac{2}{15}$$

8º.- Si se divide el denominador de un quebrado por un número el quebrado queda multiplicado por el mismo número.

$$\frac{9}{10 \div 2} = \frac{9}{5}$$

$$\frac{8}{15 \div 5} = \frac{8}{3}$$

9º.- Si se dividen los dos términos de un quebrado por un mismo número, el quebrado no se altera de valor :

$$\frac{6 \div 2}{10 \div 2} = \frac{3}{5} \quad y \quad \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{9 \div 3}{15 \div 3} = \frac{3}{5} \quad y \quad \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

El trabajo honrado dignifica al hombre.

TRANSFORMACION O REDUCCION DE QUEBRADOS O FRACCIONES

Un quebrado puede ser :

a) Propio,el que es menor que la unidad; tiene su numerador menor que su denominador: 2/3, 4/8;

b) Igual a la unidad,cuando su numerador es igual a su denominador: 5/5, - 12/12; y

c) Impropio cuando es mayor que la unidad y su numerador es mayor que su - denominador: 5/4, 7/2, 83/20.

A todo quebrado o fracción se le puede cambiar de forma sin alterar su valor es decir, transformar sus términos manteniendo el valor del quebrado.

1º.Para reducir un quebrado a otro de términos mayores: se multiplicantanto su numerador como su denominador por un mismo número, es decir se amplifica,el quebfado.

Así: $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{6}{15}$ $\qquad \frac{23}{80} = \frac{23 \times 10}{80 \times 10} = \frac{230}{800}$

2º.Para reducir un quebrado a otro de términos menores o simplificarlo, se divide tanto el numerador como el denominador po un mismo número.

Así : $\frac{24}{20} = \frac{24 \div 8}{40 \div 8} = \frac{3}{5}$ $\qquad \frac{170}{250} = \frac{170 \div 10}{250 \div 10} = \frac{17}{25}$

Cuando simplificando un quebrado se obtiene otro cuyos dos términos no son divisibles exactamente por ningún número, es decir, que son primos entre sí, está reducido a su más simple expresión.

$$\frac{468}{600} = \frac{468 \div 2}{600 \div 2} = \frac{234}{300} = \frac{234 \div 2}{300 \div 2} = \frac{117}{150} = \frac{117 \div 3}{150 \div 3} = \frac{39}{50}$$

3º Para reducir un entero a quebrado de denominador dado, se multiplica el entero por el denominador dado y este producto se pone como numerador y como denominador el dado.

Sea reducir 8 a sesenta y cuatro avos: $8 \times 64 = 512$;queda $8 = \frac{512}{64}$

4º Para reducir un mixto a quebrado se multiplica la parte entera por el denominador del quebrado, a este producto se le suma el numerador, lo què resulte se pone como numerador del quebrado resultante y como denominador se coloca el mismo que tenía la fracción del mixto.

$$2\frac{4}{5} = \frac{(2 \times 5) + 4}{5} = \frac{14}{5}$$

5º Para reducir un quebrado impropio a número entero o a mixto,se divide el numerador por el denominador y se escribe el resultado como el de cualquier división. $\frac{340}{5} = 340 \div 5 = 68$ $\qquad \frac{497}{32} = 497 \div 32 = 15\frac{17}{32}$

MINIMO COMUN DENOMINADOR

Cuando dos o más quebrados tienen igual denominador se dice que tienen un común denominador:

$$\frac{3}{8}, \frac{4}{8}, \frac{5}{8}; \quad \frac{5}{15}, \frac{8}{15}, \frac{12}{15}, \frac{40}{15}$$

Reducir 2 quebrados a un común denominador, es transformarlos en otros equivalentes que tengan el mismo denominador.

Así: $\frac{5}{8}$ y $\frac{3}{7}$ tenemos: $\frac{5}{8} = \frac{5 \times 7}{8 \times 7} = \frac{35}{56}$ y $\frac{3}{7} = \frac{3 \times 8}{7 \times 8} = \frac{24}{56}$

entonces $\frac{5}{8}$ y $\frac{3}{7}$ son $\frac{35}{56}$ y $\frac{24}{56}$ que tienen común denominador.

Entonces para reducir dos quebrados a un común denominador se multiplican los dos términos del primero por el denominador del segundo y los dos términos del segundo por el denominador del primero.

Reducir varios quebrados a un común denominador :

Sean los quebrados : $\frac{3}{5}, \frac{6}{7}, \frac{1}{2}$

serán :

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 7 \times 2}{5 \times 7 \times 2} = \frac{41}{70}$$

$$\frac{6}{7} = \frac{6 \times 5 \times 2}{7 \times 5 \times 2} = \frac{60}{70}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 7 \times 5}{2 \times 7 \times 5} = \frac{35}{70}$$

Los núevos quebrados con común denominador son: $\frac{41}{70} \quad \frac{60}{70} \quad \frac{35}{70}$

En general para reducir varios quebrados a un común denominador, se multiplican todos los denominadores y el producto es el común denominador, los nuevos numeradores se hallan multiplicando el numerador de cada uno de los quebrados por los denominadores de todos los otros.

Reducir quebrados al mínimo común denominador, m.c.d: dos o más quebrados - tienen muchos denominadores comunes, pero de todos hay uno que es el menor de ellos, y claro que es el menor número que contiene a todos los denominadores de las fracciones, es decir, es el mínimo común múltiplo, M.C.M. de los - denominadores.

Así: $\frac{1}{2} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{3}{4}$ tienen como común denominador a 12, 24, 36, 48, 60 etc pero de todos el menor es 12 y entonces el mínimo común denominador es 12.

$\frac{1}{2} = \frac{6}{12} \quad \frac{2}{3} = \frac{8}{12} \quad \frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ Aquí como los denominadores son pequeños se ve claramente por simple inspección.

Los numeradores se hallan dividiendo el M.C.M. por cada denominador y el cociente se multiplica por el numerador del quebrado.

Todas las cosas tienen una norma: procure seguirla

MANERA DE HALLAR EL MINIMO COMUN DENOMINADOR DE VARIOS QUEBRADOS

Cuando no es posible por inspección, como en $\frac{7}{12}$, $\frac{5}{18}$ y $\frac{9}{40}$, se procede así :

$12 = 2^2 \times 3$

$18 = 2 \times 3^2$

$40 = 2^3 \times 5$

o así :

12	8	40	2
6	9	20	2
3	9	10	2
3	9	5	3
1	3	5	3
	1	5	5
		1	

M.C. M. $= 2^3 \times 3^2 \times 5 = 360$

M.C.M. $= 2^3 \times 3^2 \times 5 = 360$

ahora :

$$\frac{360}{12} = 30 \qquad \frac{360}{18} = 20 \qquad \frac{360}{40} = 9$$

quedan :

$$\frac{7}{12} = \frac{7 \times 30}{360} = \frac{210}{360}$$

$$\frac{5}{18} = \frac{5 \times 20}{360} = \frac{100}{360}$$

$$\frac{9}{40} = \frac{9 \times 9}{360} = \frac{81}{360}$$

Ejemplo :

Sea hallar el mínimo común denominador de $\frac{6}{28}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{10}{72}$, $\frac{6}{56}$

1º) Se simplifican :

$$\frac{\overset{3}{\cancel{6}}}{\underset{14}{28}} \qquad \frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{9}{\cancel{45}}} \qquad \frac{\overset{5}{\cancel{10}}}{\underset{36}{\cancel{72}}} \qquad \frac{\overset{3}{6}}{\underset{28}{\cancel{56}}} \quad \therefore \quad \frac{3}{14} \quad \frac{1}{9} \quad \frac{5}{36} \quad \frac{3}{28}$$

1º). Se busca el M.C.M. de los denominadores y ese será el mínimo común denominador.

$$
\begin{array}{r|l}
14 & 2 \\
7 & 7 \\
1 &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|l}
9 & 3 \\
3 & 3 \\
1 &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|l}
36 & 2 \\
18 & 2 \\
9 & 3 \\
3 & 3 \\
1 &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|l}
28 & 2 \\
14 & 2 \\
7 & 7 \\
1 &
\end{array}
\qquad \text{o así:} \qquad
\begin{array}{rrrr|l}
14 & 9 & 36 & 28 & 2 \\
7 & 9 & 18 & 14 & 2 \\
7 & 9 & 9 & 7 & 7 \\
1 & 9 & 9 & 1 & 3 \\
 & 3 & 3 & & 3 \\
 & 1 & 1 & &
\end{array}
$$

M.C.M. $= 2^2 \times 3^2 \times 7 = 252$ M.C.M. $= 2^2 \times 7 \times 3^2 = 252$

2º). Se divide el M.C.M. por el denominador de cada uno de los quebrados y se multiplica el cociente por el respectivo numerador

$$252 \div 14 = 18 \qquad \therefore \quad \frac{3}{14} = \frac{3 \times 18}{252} = \frac{54}{252}$$

$$252 \div 9 = 28 \qquad \therefore \quad \frac{1}{9} = \frac{1 \times 28}{252} = \frac{28}{252}$$

$$252 \div 36 = 7 \qquad \therefore \quad \frac{5}{36} = \frac{5 \times 7}{252} = \frac{35}{252}$$

$$252 \div 28 = 9 \qquad \therefore \quad \frac{3}{28} = \frac{3 \times 9}{252} = \frac{27}{252}$$

Resumiendo el procedimiento para reducir quebrados a un Mínimo Común Denominador, se opera así: se simplifican los quebrados hasta su más simple expresión; luego se toman los denominadores y se busca su mínimo común múltiplo, y este es el Mínimo Común Denominador.

Para hallar los nuevos numeradores se divide el m.c.d. obtenido por el denominador de cada uno de los quebrados, su cociente se multiplica por el respectivo numerador y el producto obtenido se coloca como nuevo numerador, poniéndole como denominador el m.c.d. encontrado.

EJERCICIOS

Hallar el mínimo común denominador (m.c.d.)

1) $\frac{1}{2}$ $\frac{5}{6}$ 2) $\frac{1}{8}$ $\frac{5}{6}$ 3) $\frac{7}{8}$ $\frac{1}{3}$

4) $\frac{3}{5}$ $\frac{2}{3}$ 5) $\frac{5}{12}$ $\frac{7}{24}$ 6) $\frac{5}{8}$ $\frac{11}{24}$

7) $\frac{13}{16}$ $\frac{29}{32}$ 8) $\frac{7}{24}$ $\frac{9}{48}$ 9) $\frac{1}{12}$ $\frac{3}{64}$

10) $\frac{3}{8}$ $\frac{5}{16}$ $\frac{7}{24}$ 11) $\frac{7}{8}$ $\frac{5}{12}$ $\frac{11}{24}$ 12) $\frac{5}{8}$ $\frac{7}{12}$ $\frac{15}{32}$

13) $4\frac{7}{12}$ $6\frac{9}{16}$ 14) $5\frac{3}{16}$ $7\frac{5}{24}$ 15) $9\frac{11}{24}$ $7\frac{15}{32}$

16) $3\frac{1}{2}$ $2\frac{3}{5}$ $1\frac{5}{8}$ 17) $1\frac{2}{3}$ $2\frac{3}{4}$ $1\frac{5}{8}$ 18) $2\frac{3}{4}$ $1\frac{7}{8}$ $4\frac{1}{16}$

19) $\frac{3}{16}$ $\frac{1}{21}$ $\frac{2}{15}$ $\frac{7}{48}$ 20) $\frac{2}{13}$ $\frac{3}{21}$ $\frac{5}{25}$ $\frac{3}{169}$

21) $\frac{2}{3}$ $\frac{5}{7}$ $\frac{2}{21}$ $\frac{4}{63}$ 22) $\frac{6}{17}$ $\frac{1}{34}$ $\frac{1}{51}$ $\frac{4}{3}$

23) $\frac{7}{25}$ $\frac{8}{105}$ $\frac{9}{21}$ $\frac{11}{50}$ $\frac{1}{63}$ 24) $\frac{1}{900}$ $\frac{101}{300}$ $\frac{13}{60}$ $\frac{17}{45}$ $\frac{19}{54}$

25) $\frac{3}{48}$ 10 $3\frac{1}{5}$ 8 26) 6 $2\frac{1}{30}$ 5 $7\frac{1}{45}$

27) 4 $\frac{7}{48}$ $8\frac{1}{57}$ $\frac{1}{114}$ 28) $5\frac{1}{32}$ $4\frac{1}{5}$ $\frac{1}{16}$ $2\frac{1}{10}$

29) $7\frac{3}{5}$ $\frac{1}{12}$ $4\frac{1}{24}$ $6\frac{1}{18}$ 30) $\frac{1}{28}$ $3\frac{7}{14}$ $\frac{5}{56}$ $1\frac{1}{112}$

Por mucho que sepamos, siempre será más lo que nos falta aprender

ADICION O SUMA DE QUEBRADOS

La suma de quebrados, como la de enteros, consiste en reunir en - uno solo quebrado o número, dos o más quebrados dados. Pero para poder sumar los números quebrados deben ser, como en la suma de enteros, homogéneos, es decir, tener el mismo denominador.

1º.- Sea sumar quebrados de igual denominador.

$\frac{1}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5}$; como todos son quintos, procedemos así :

$$= \frac{1 + 3 + 4}{5} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$$

Sea : $\frac{3}{12} + \frac{10}{12} + \frac{11}{12} = \frac{24}{12} = 2$

Para sumar quebrados de igual denominador, se suman los numeradores; el resultado se pone como numerador, y se le pone como denominador el denominador común; luego se extraen los enteros si los hay.

2º.- Sea sumar varios quebrados que tienen distintos denominadores.

a) $\frac{3}{5} + \frac{7}{9} + \frac{4}{7} = \frac{(3 \times 9 \times 7) + (7 \times 5 \times 7) + (4 \times 5 \times 9)}{5 \times 9 \times 7}$

$$= \frac{189 + 245 + 180}{315} = \frac{614}{315} = 1\frac{299}{315}$$

b) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{12} = \frac{(1 \times 6) + (3 \times 3) + 5}{12} = \frac{6 + 9 + 5}{12} = \frac{20}{12} = \frac{5}{3} \quad 1\frac{2}{3}$

c) $\frac{18}{40} + \frac{32}{60} + \frac{15}{27} + \frac{12}{15} + \frac{9}{20} + \frac{8}{15} + \frac{5}{9} + \frac{4}{5} = \frac{81 + 96 + 100 + 144}{180} \quad \frac{421}{180}$

$$= 2\frac{61}{180}$$

El procedimiento para sumar quebrados de distintos denominadores, es simplificarlos si se puede; se reducen luego al mínimo común denominador, se suman los nuevos numeradores, se le pone el denominador común y se sacan los enteros si los hay.

Quieres estar bien remunerado ? Trabaja bien

3º Sea Sumar números mixtos.

Sumar $5\frac{3''}{5} + 7\frac{8''}{9} + \frac{6''}{7}$; se puede efectuar de dos maneras :

a) Se suman separadamente los enteros y los quebrados y luego se unen los dos resultados en uno solo que es el de la suma de los mixtos.

$$5\frac{3}{5} + 7\frac{8''}{9} + \frac{6''}{7} \qquad 5 + 7 = 12 \ \text{y} \ \frac{3}{5} + \frac{8}{9} + \frac{6}{7} = \frac{189 + 280 + 270}{315} = \frac{739}{315}$$

$$= 2\frac{109}{315} \ \text{y ahora} \ 12 + 2\frac{109}{315} = 14\frac{109}{315}$$

b) Se reducen los mixtos a quebrados y se suman estos quebrados como se vió en el segundo punto.

$$\text{así} : 5\frac{3}{5} + 7\frac{8}{9} + \frac{6}{7} = \frac{28}{5} + \frac{71}{9} + \frac{6}{7} = \frac{1.764 + 2.485 + 270}{315} = \frac{4.519}{315}$$

$$\frac{4.519}{315} = 14\frac{109}{315}$$

Es más aconsejable el proceso a), por ser más cómodo para trabajar y más rápido.

4º. Sea sumar enteros, quebrados y mixtos.

$$8'' + 5\frac{7''}{8} + 4 + \frac{6''}{11} + 2\frac{1}{4}'' \qquad 8 + 5 + 4 + 2 = 19$$

$$\frac{7''}{8} + \frac{6''}{11} + \frac{1''}{4} = \frac{77 + 48 + 22}{88} = \frac{147}{88} = 1\frac{59}{88} \therefore 19 + 1\frac{59}{88} = 20\frac{59''}{88}$$

Sea sumar : $8\frac{1}{4} + 6 + \frac{3}{8}$

tenemos : $8 + 6 = 14$ y $\frac{1}{4} + \frac{3}{8} = \frac{2 + 3}{8} = \frac{5}{8} \therefore$ el total es : $14 + \frac{5}{8} =$

$$14\frac{5}{8}$$

Para sumar enteros con mixtos y con quebrados, se suman aparte los enteros que estén solos con los enteros de los mixtos, y los quebrados que haya; luego se suman los dos resultados obtenidos y ese es el total definitivo.

Desarrolle las operaciones en orden lógico

EJERCICIOS

1) $\frac{17}{84} + \frac{3}{84} + \frac{5}{84} + \frac{11}{84} + \frac{6}{84}$ - - - - - - - - - - - - - - - R = $\frac{1}{2}$

2) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ - R = $\frac{7}{8}$

3) $\frac{6}{17} + \frac{1}{34} + \frac{1}{51} + \frac{4}{8}$ - - - - - - - - - - - - - - - - - - R = $1\frac{25}{34}$

4) $4\frac{3}{4} + 3\frac{7}{8} + 4\frac{5}{16} + 3\frac{13}{32} + 1\frac{21}{32}$ - - - - - - - - R = 18

5) $\frac{7}{45} + 4 + \frac{11}{60} + 2\frac{1}{90}$ - - - - - - - - - - - - - - - R = $6\frac{7}{20}$

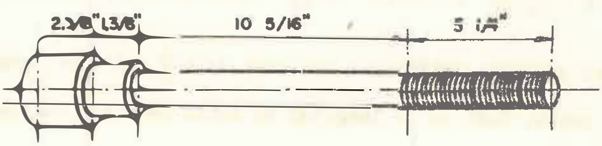
6) Tres varillas tienen : la primera , $8\frac{2}{5}$ pies de largo ; la 2a. $10\frac{3}{10}$ pies y la 3a. $14\frac{1}{20}$. Cuál es la longitud de las 3 ?

R = $32\frac{3}{4}$

7) Una bomba pesa $350\frac{2}{3}$ Kg. el motor pesa $750\frac{5}{12}$ Kg. la tubería $125\frac{3}{8}$ Kg. y otros aditamentos $116\frac{1}{18}$ Kg. Cuántos kilos pesa todo este equipo?

R = $1.342\frac{37}{72}$

8) Cuánto mide el perno de la figura ?



R = $19\frac{1}{4}$"

Ninguna gran empresa se llevó a cabo sin entusiasmo

EJERCICIOS

1) $\frac{5}{7} + \frac{8}{7} + \frac{10}{7} + \frac{18}{7}$

2) $\frac{18}{53} + \frac{32}{53} + \frac{14}{53} + \frac{29}{53} + \frac{80}{53}$

3) $\frac{5}{4} + \frac{7}{8} + \frac{1}{16}$

4) $\frac{7}{5} + \frac{8}{15} + \frac{11}{60}$

5) $\frac{1}{12} + \frac{1}{16} + \frac{1}{18}$

6) $\frac{13}{121} + \frac{4}{55} + \frac{9}{10}$

7) $\frac{2}{3} + \frac{5}{7} + \frac{2}{21} + \frac{4}{63}$

8) $\frac{5}{16} + \frac{2}{48} + \frac{1}{9} + \frac{3}{18}$

9) $5\frac{4}{5} + 6\frac{2}{5} + 8\frac{3}{5}$

10) $1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{3} + 1\frac{1}{6}$

11) $6\frac{3}{4} + 5\frac{1}{12} + 9\frac{1}{3}$

12) $4\frac{1}{27} + 5\frac{1}{18} + 2\frac{1}{54}$

13) $8\frac{1}{4} + 3 + \frac{5}{8}$

14) $\frac{23}{48} + 10 + 8\frac{1}{5} + 7$

15) $\left(\frac{3}{80} + \frac{5}{40}\right) + \left(\frac{5}{4} + \frac{1}{8}\right)$

16) $\left(3 + 2\frac{4}{5}\right) + \left(4\frac{1}{3} + \frac{3}{20}\right)$

17) $\left(\frac{1}{32} + 6 + 4\frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{16} + 2\frac{1}{10}\right)$

18) $\left(\frac{7}{47} + 5\frac{1}{4} + 2\right) + \left(1 + \frac{5}{18} + 3\frac{5}{7}\right)$

19) Tres piezas de madera miden : la la. $8\frac{2}{5}$ pies; la 2a. $10\frac{3}{10}$ pies y la 3a. $40\frac{1}{20}$ pies. Qué longitud se obtiene al añadirlas ?

20) Para ponerle cortinas a un salón se gastan $12\frac{3}{4}$ yardas de encaje;$15\frac{5}{8}$ de terciopelo; $7\frac{1}{12}$ de cretona; y $11\frac{1}{24}$ brocado.Cuántas yardas de tela se emplearon ?

21) Soldando una máquina se gastan $3\frac{2}{3}$ Kg. soldadura de 3/16";$4\frac{7}{12}$ Kg. soldadura de $\frac{1}{8}$; y $2\frac{5}{16}$ Kg. soldadura de $\frac{5''}{32}$. Cuántos kilos se gastaron ?

22) Se quiere poner un borde metálico a una mesa de $4\frac{1}{3}$ pies de largo por $3\frac{1}{12}$ pies de ancho. Cuál es la longitud de cinta metálica necesaria ?

SUSTRACCION O RESTA DE QUEBRADOS

Para poder restar un quebrado de otro, se necesita que tengan el mismo denominador.

1º Restar quebrados de igual denominador.

$$\frac{8}{9} - \frac{5}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \qquad \frac{35}{83} - \frac{18}{83} = \frac{17}{83}$$

Para restar los quebrados que tienen igual denominador, se restan los numeradores y a la diferencia se le pone el mismo denominador.

2º.- Restar quebrados de distinto denominador.

$$\frac{3}{4} - \frac{2}{5} = \frac{(3 \times 5) - (2 \times 4)}{4 \times 5} = \frac{15 - 8}{20} = \frac{7}{20}$$

$$\frac{11}{12} - \frac{7}{16} = \frac{(11 \times 4) - (7 \times 3)}{3 \times 16} = \frac{44 - 21}{48} = \frac{23}{48}$$

Para restar quebrados de distinto denominador, se simplifican, luego se reducen al mínimo común denominador, se hace la diferencia de los nuevos - - numeradores, poniéndole como denominador el común.

3º.- Restar de un entero un quebrado.

$$12'' - \frac{5}{8} \qquad 12 - \frac{5}{8} = 11\frac{8}{8} - \frac{5}{8} = 11\frac{3}{3}$$

$$93 - \frac{56}{127} \qquad 93 - \frac{56}{127} = 92\frac{127}{127} - \frac{56}{127} = 92\frac{71}{127}$$

Para restar de un entero un quebrado, se toma una unidad del entero y se - pone en forma de quebrado de igual denominador que el quebrado dado, y se restan ambos quebrados. La diferencia final es el entero menos uno, más la diferencia de los quebrados.

4º.- Restar un número mixto de otro mixto.

a) $6\frac{7}{9} - 3\frac{5}{11} \qquad 6 - 3 = 3$ y $\frac{7}{9} - \frac{5}{11} = \frac{77 - 45}{99} = \frac{32}{99} \quad \therefore \; R = 3\frac{32}{99}$

Se restan separadamente los enteros y los quebrados y se suman las diferencias.

b) $6\frac{7}{9} - 3\frac{5}{11} = \frac{61}{9} - \frac{38}{11} = \frac{671 - 342}{99} = \frac{329}{99} = 3\frac{32}{99}$

También se pueden reducir los mixtos a quebrados, se busca el mínimo común y se hace la resta, luego se sacan los enteros si los hay.

c) $8\frac{2}{5} - 5\frac{7}{8}$; $8 - 1 = 7$; $\frac{5}{5} + \frac{2}{5} = \frac{7}{5}$; $7 - 5 = 2$ y

$$\frac{7}{5} - \frac{7}{8} = \frac{56 - 35}{40} = \frac{21}{40} \quad \therefore \quad R = 2\frac{21}{40}$$

Cuando la parte quebrada del mixto que se resta es mayor que la del mixto de donde se resta, se le quita una unidad al entero, se le da la forma del quebrado y se suma con éste, luego sí se puede efectuar la resta.

5º.- Restar de un entero un mixto :

$$8 - 5\frac{3}{4} \quad \therefore \quad 8 = 7\frac{4}{4} \text{ de aquí ; } 7\frac{4}{4} - 5\frac{3}{4} = 2\frac{1}{4}$$

Se quita una unidad al entero y se pone en forma de quebrado de igual denominador que el quebrado del mixto y luego se restan por separado los enteros y los quebrados.

6º.- Restar de un mixto un entero.

$$7\frac{11}{16} - 4 \quad \therefore \quad 7 - 4 = 3 \text{ y queda : } 3\frac{11}{16}$$

Se resta el entero de los enteros del mixto y se le agrega el mismo quebrado del mixto.

EJERCICIOS

1) $\frac{8}{15} - \frac{3}{15}$ = ... R = $\frac{1}{3}$

2) $\frac{35}{84} - \frac{19}{84} - \frac{8}{84}$ . . . . R = $\frac{2}{21}$

3) $\frac{3}{8} - \frac{1}{12}$ . . . . R = $\frac{7}{24}$

4) $\frac{19}{36} - \frac{7}{80} - \frac{11}{90}$ - . . . . R = $\frac{229}{720}$

5) $11\frac{3}{8} - 5\frac{1}{24}$ . . . . R = $6\frac{1}{3}$

6) Un tornillo mide $\frac{13}{16}$" y debe recortársele $\frac{3}{8}$" Qué longitud queda? R= $\frac{7}{16}$"

7) Una varilla mide $9\frac{1}{4}$ y se usan $4\frac{7}{16}$ pies; cuánto sobra ? R = $4\frac{13}{16}$'

8) De un eje de $34\frac{3}{4}$" se toman $19\frac{3}{16}$" ; cuánto queda ? R = $15\frac{9}{16}$'

Sólo las personas que han recibido educación son libres.

EJERCICIOS

1) $\frac{4}{5} - \frac{1}{5}$

2) $\frac{8}{15} - \frac{3}{15}$

3) $\frac{7}{8} - \frac{3}{8} - \frac{2}{8}$

4) $\frac{18}{35} - \frac{7}{35}$

5) $\frac{23}{25} - \frac{11}{25} - \frac{7}{25}$

6) $\frac{35}{84} - \frac{17}{84} - \frac{11}{84}$

7) $\frac{101}{114} - \frac{97}{171}$

8) $\frac{7}{35} - \frac{2}{121} - \frac{5}{11}$

9) $\frac{19}{36} - \frac{7}{80} - \frac{11}{90}$

10) $5 - \frac{2}{7} - \frac{3}{5}$

11) $36 - \frac{17}{21} - \frac{41}{63}$

12) $219 - \frac{13}{119} - \frac{11}{80}$

13) $7\frac{4}{7} - 2\frac{3}{7}$

14) $3\frac{5}{9} - 1\frac{5}{18}$

15) $4\frac{5}{6} - 2\frac{7}{9}$

16) $6 - 3\frac{1}{15}$

16) Los $\frac{3}{7}$ de una pieza están niquelados, los $\frac{5}{16}$ dorados y el resto pintado al duco. Qué porción está pintada al duco ?

17) Cuatro compañeros hacen un trabajo así : el 1º los $\frac{5}{24}$; el 2º los $\frac{3}{16}$; el 3º los $\frac{7}{30}$; Cuánto hizo el 4º ?

18) Los $\frac{15}{28}$ de un terreno tiene pastos; los $\frac{3}{8}$ cultivos; $\frac{3}{16}$ es inútil; $\frac{1}{32}$ son caminos; y el resto lo ocupa la casa. Cuánto ocupa la casa ?

19) De un rollo de alambre de $145\frac{3}{8}$ pies se corta : 1º, $4\frac{1}{2}$ pies; - 2º, $15\frac{5}{8}$ pies; 3º, $18\frac{19}{32}''$; 4º, $23\frac{49}{640}$ pies. Cuánto queda ?

Un noble ejemplo hace fáciles las acciones más arduas.

MULTIPLICACION DE QUEBRADOS

Hemos visto, en las propiedades de los quebrados, que cuando se multiplica el numerador de un quebrado por un número, el quebrado queda multiplicado por ese número. Y como la multiplicación es una suma abreviada, tenemos por ejemplo que 4/5 x 3 significa que 4/5 lo debemos repetir o sumar 3 veces, así :

$$\frac{4}{5} + \frac{4}{5} + \frac{4}{5} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5} \text{ y por lo tanto } \frac{4}{5} \times 3 = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

1) Para multiplicar un quebrado por un entero o un entero por un quebrado :

$$\frac{4}{9} \times 7 = \frac{4 \times 7}{9} = \frac{28}{9} = 3\frac{1}{9} \qquad 5 \times \frac{9}{10} = \frac{5 \times 9}{10} = \frac{45}{10} = 4\frac{1}{2}$$

Se multiplica el numerador del quebrado por el entero, se pone el mismo denominador del quebrado y se sacan los enteros si los hay.

2) Para multiplicar un quebrado por otro quebrado :

$$\frac{5}{7} \times \frac{8}{9} = \frac{5 \times 8}{7 \times 9} = \frac{40}{63} \qquad \frac{8}{12} \times \frac{11}{24} = \frac{11 \times 8}{12 \times 24} = \frac{88}{288} = \frac{11}{36}$$

se multiplican entre sí los numeradores y al producto se pone como denominador el producto de los denominadores.

Cuando hay más de dos quebrados, se multiplican entre sí todos los numeradores y el producto se pone como numerador y por denominador el producto de todos los denominadores. Es muy conveniente hacer todas las simplificaciones posibles para facilitar las operaciones.

$$\frac{7}{8} \times \frac{8}{11} \times \frac{22}{14} \times \frac{1}{4} = \frac{\overset{1}{\cancel{7}} \times \cancel{8} \times \overset{\overset{1}{\cancel{11}}}{\cancel{22}} \times 1}{\cancel{8} \times \underset{1}{\cancel{11}} \times \underset{\underset{1}{\cancel{7}}}{\cancel{14}} \times 4} = \frac{1}{4}$$

Un hombre sin carácter es como un soldado sin armas

3) Para multiplicar dos o más mixtos :

$$2\frac{3}{4} \times 4\frac{1}{8} = \frac{(2 \times 4) + 3}{4} \times \frac{(4 \times 8) + 1}{8} = \frac{11}{4} \times \frac{33}{8} = \frac{11 \times 33}{4 \times 8} = \frac{363}{32} = 11\frac{11}{32}$$

se los reduce a quebrados y se vuelve al caso anterior de multiplicar los - numeradores entre sí y los denominadores entre sí, sacando los enteros.

4) Para multiplicar un quebrado por un mixto o un mixto por un quebrado

$$\frac{2}{3} \times 4\frac{2}{7} = \frac{2}{3} \times \frac{30}{7} = \frac{2 \times 30}{3 \times 7} = \frac{20}{7} = 2\frac{6}{7}$$

$$5\frac{1}{4} \times \frac{8}{9} = \frac{21}{4} \times \frac{8}{9} = \frac{21 \times 8}{4 \times 9} = \frac{168}{36} = 4\frac{24}{36} = 4\frac{2}{3}$$

se reducen los mixtos a quebrados y se vuelve al caso de multiplicar los numeradores entre sí y los denominadores entre sí y luego sacar los enteros - que haya .

5) Para multiplicar un mixto por un entero :

$$3\frac{4}{5} \times 6$$

a) $3 \times 6 = 18$ y $\frac{4}{5} \times 6 = \frac{24}{5} = 4\frac{4}{5} \therefore 18 + 4\frac{4}{5} = 22\frac{4}{5}$

b) $\frac{(3 \times 5) + 4}{5} \times 6 = \frac{19 \times 6}{5} = \frac{114}{5} = 22\frac{4}{5}$

se puede proceder en dos formas ;a) Multiplicando separadamente cada parte del mixto por el entero y sumando los resultados; o b) Reduciendo el mixto a quebrado, multiplicando este por el entero y sacando los enteros finalmente.

6) Para multiplicar enteros por mixtos y por quebrados

$$14 \times 3\frac{4}{5} \times \frac{1}{12} \times \frac{3}{14}$$

$$\frac{14}{1} \times \frac{19}{5} \times \frac{1}{12} \times \frac{3}{14} = \frac{\overset{1}{\cancel{14}} \times 19 \times 1 \times \overset{1}{\cancel{3}}}{1 \times 5 \times \underset{4}{\cancel{12}} \times \underset{1}{\cancel{14}}} = \frac{19}{5 \times 4} = \frac{19}{20}$$

Se pone por denominador a los enteros la unidad; los mixtos se reducen a - quebrados y se multiplican todos como quebrados.

Imposible ayudar a quien no admite consejos

S E N A
Dirección Nacional
Bogotá - Colombia

EJERCICIOS

1) $\frac{2}{3} \times \frac{6}{5} \times \frac{10}{9} \times \frac{1}{8}$ ------------------ R = $\frac{1}{9}$

2) $\frac{3}{5} \times \frac{17}{19} \times \frac{5}{34} \times \frac{38}{75}$ ------------------ R = $\frac{1}{25}$

3) $\frac{11}{12} \times 24 \times \frac{7}{121}$ ------------------ R = $1\frac{3}{11}$

4) $\frac{11}{12}$ de 96 ------------------ R = 88

5) $36 \times \frac{1}{84} \times \frac{14}{9} \times \frac{1}{6}$ ------------------ R = $\frac{1}{9}$

6) $2\frac{4}{39} \times 2\frac{1}{6} \times 1\frac{1}{41} \times 4\frac{1}{3} \times 2\frac{4}{7}$ ---------- R = 52

7) $\frac{4}{5} \times \frac{10}{9}$

8) $\frac{7}{8} \times \frac{16}{\text{"L}}$

9) $\frac{3}{6} \times \frac{4}{9} \times \frac{2}{8}$

10) $\frac{90}{51} \times \frac{41}{108} \times \frac{34}{82}$

11) $1\frac{1}{2} \times 1\frac{2}{3}$

12) $5\frac{1}{4} \times 2\frac{3}{7}$

13) $\frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{6}{7} \times \frac{7}{8} \times \frac{8}{9}$

14) $2\frac{5}{6} \times 3\frac{3}{4} \times 1\frac{1}{17}$

15) $6\frac{1}{7} \times 2\frac{4}{5} \times 3$

16) $2\frac{5}{9} \times \frac{7}{8} \times 4\frac{1}{3} \times \frac{4}{35}$

17) $\frac{11}{18} \times 3\frac{1}{9} \times 35\frac{1}{4} \times \frac{17}{38}$

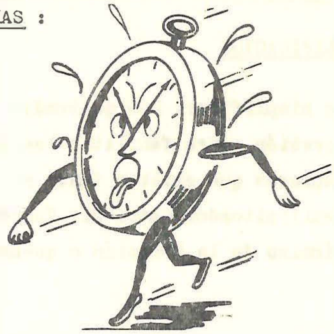
18) $5\frac{2}{21} \times \frac{11}{157} \times \frac{62}{77} \times 21 \times 1\frac{1}{6}$

19) $\frac{11}{26} \times 52 \times 3\frac{1}{13} \times 1\frac{6}{7} \times \frac{5}{33}$

20) $\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) \times \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{4}\right)$

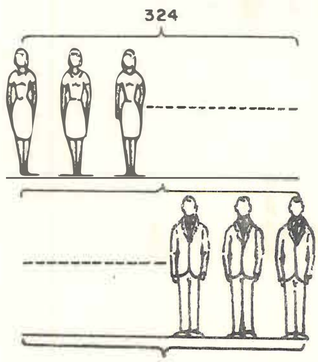
Haga del trabajo su mayor diversión.

PROBLEMAS :



21) Un reloj adelanta $\frac{3}{7}$ de minuto por hora. Cuánto adelanta en $2\frac{1}{2}$ días?

22) Para un par de calzado se gastan $2\frac{5}{8}$ de pies de cuero. Cuánto se emplea para $\frac{1}{2}$ centenar de pares ?



23) En una fábrica trabajan 324 mujeres que representan los $\frac{7}{18}$ del total. Cuántos hombres hay?

24) Si un pin vale $8\frac{7}{12}$ centavos, cuánto valen $5\frac{1}{2}$ gruesas de pines ?

25) Una pieza tiene una longitud de $3\frac{1''}{16}$ en varillas y $1\frac{9''}{32}$ en platina. Cuánto material de cada clase se necesita para hacer 5 docenas de piezas iguales ?

SUPRESION DE FACTORES COMUNES : SIMPLIFICACION

Suprimir factores comunes es simplificar. Los quebrados deben simplificarse siempre hasta su mínima expresión, para facilitar las operaciones Sólo se puede simplificar cuando los números que existen tanto en el numerador, como en el denominador, están multiplicados entre sí. Cuando hay sumas o restas indicadas en cualquier término de la fracción o quebrado, no puede simplificarse.

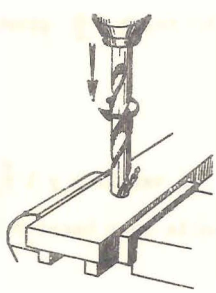
Sea multiplicar :

$$\frac{3}{4} \times \frac{8}{9} \times \frac{10}{16} \times \frac{6}{15} \times \frac{18}{25} =$$

Simplificando :

$$\frac{\overset{1}{\cancel{3}} \times \overset{1}{8} \times \overset{\overset{1}{\cancel{5}}}{10} \times \overset{\overset{1}{\cancel{2}}}{6} \times \overset{\overset{3}{\cancel{9}}}{18}}{\underset{\underset{1}{\cancel{2}}}{\cancel{4}} \times \underset{\underset{1}{3}}{\cancel{9}} \times \underset{\underset{1}{\cancel{2}}}{\cancel{16}} \times \underset{\underset{1}{\cancel{5}}}{\cancel{15}} \times 25} = \frac{3}{25}$$

PROBLEMAS :



1º) Una broca avanza $1\frac{1}{5}$ mm. en cada vuelta y el motor anda a 540 R.P.M. Cuánto avanza la broca en una jornada de 8 horas ?

R = 311,04 M.

2º) Tengo \$ $54\frac{2}{3}$; compro 8 platinas a \$ $4\frac{1}{4}$ cada una; 9 empaques a \$ $2\frac{1}{4}$ cada uno; y recibo además \$ $15\frac{3}{16}$. Cuánto tengo ahora ?

R = \$ $15\frac{29}{48}$

DIVISION DE QUEBRADOS

Al dividir un entero por un quebrado ($9 \div \frac{1}{3}$) podemos hacer las preguntas: Cuántas veces 1/3 está contenido en 9 ? O por qué número debe multiplicarse 1/3 para obtener 9 ?
Razonamos así : para obtener 1 necesitamos $3 \times \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$, es decir, 3 veces 1/3; luego para obtener 9, necesitamos 3 x 9 = 27 veces 1/3; es decir 1/3 debe multiplicarse por 27 para que el producto sea 9. Vemos aquí que se obtiene el mismo resultado multiplicando el entero por el quebrado invertido, así :

$$9 \div \frac{1}{3} = 9 \times \frac{3}{1} = 9 \times 3 = 27$$

En igual forma se aplica este razonamiento para dividir un quebrado por otro quebrado.

Sea : $$\frac{4}{5} \div \frac{2}{7} = \frac{4}{5} \times \frac{7}{2} = \frac{28}{10} = \frac{14}{5} = 2\frac{4}{5}$$

1º Para dividir un entero por un quebrado, se multiplica el entero por el quebrado invertido.

$$15 \div \frac{3}{19} = 15 \times \frac{19}{3} = \frac{\overset{3}{\cancel{15}} \times 19}{\underset{1}{\cancel{3}}} = 3 \times 19 = 57$$

2º Para dividir un quebrado por un entero : a) si es posible se divide el numerador del quebrado por el entero y al cociente se le pone el mismo denominador del quebrado; o, b) Más comunmente se multiplica el denominador del quebrado por el entero y se deja el mismo numerador del quebrado.

a) $$\frac{6}{7} \div 3 = \frac{6 \div 3}{7} = \frac{2}{7} \text{ o así: } \frac{6}{7} \div 3 = \frac{6}{7 \times 3} = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$$

b) $$\frac{8}{15} \div 12 = \frac{8}{15 \times 12} = \frac{8}{100} = \frac{2}{45}$$

3º Para dividir un quebrado por otro quebrado: Se multiplica el quebrado dividendo por el quebrado divisor invertido.

$$\frac{8}{9} \div \frac{2}{5} = \frac{8}{9} \times \frac{5}{2} = \frac{8 \times 5}{9 \times 2} = \frac{40}{18} = \frac{20}{9} = 2\frac{2}{9}$$

4º Para dividir un mixto por otro mixto, se reducen los mixtos a quebrados y se efectúa la división como se ha visto

$$15\frac{7}{12} \div 3\frac{1}{4} = \frac{187}{12} \div \frac{13}{4} = \frac{187}{12} \times \frac{4}{13} = \frac{187 \times \overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{3}{\cancel{12}} \times 13} = \frac{187}{39} = 4\frac{31}{39}$$

Nadie puede ser justo si no es humanitario

FRACCION O QUEBRADO COMPLEJO

Es aquella cuyo numerador o denominador o ambos son quebrados:

$$\frac{\frac{5}{8}}{\frac{3}{4}} \;;\; \frac{\frac{7}{12}}{15} \;;\; \frac{6}{\frac{9}{14}}$$

Para simplificarla o reducirla a simple, se hace la división del numerador por el denominador ; así :

$$\frac{\frac{9}{16}}{\frac{7}{12}} = \frac{9}{16} \div \frac{7}{12} = \frac{9}{16} \times \frac{12}{7} = \frac{9 \times \overset{3}{\cancel{12}}}{\underset{4}{\cancel{16}} \times 7} = \frac{27}{28}$$

EXPRESION FRACCIONARIA COMPLEJA :

Es una fracción o quebrado que en uno de sus términos o en ambos tiene operaciones indicadas.

$$\frac{\frac{2}{3} + \frac{5}{7}}{\frac{5}{11} - \frac{4}{9}} \;;\; \frac{\frac{\frac{1}{3}}{4\frac{1}{5}} + \frac{4}{15}}{\frac{\frac{1}{2}}{3\frac{2}{5}} + \frac{\frac{3}{4}}{\frac{2}{5}}} \;;\; \frac{\left(5 + \frac{3}{10}\right) \div 3}{\frac{12}{\frac{7}{9}}}$$

Se indica la fracción compleja, con una línea más gruesa.

Se simplifican las Expresiones Fraccionarias Complejas, ejecutando las operaciones indicadas en el numerador hasta obtener un solo quebrado; haciendo las operaciones del denominador hasta obtener un solo quebrado; y luego efectuando la división de estos dos quebrados.

$$\frac{\frac{2+\frac{2}{5}}{3} + \frac{5\frac{1}{4}}{\frac{3}{2}}}{\frac{3\frac{3}{5}}{\frac{1}{2}} - \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}}} = \frac{\frac{\frac{12}{5}}{3} + \frac{\frac{21}{4}}{\frac{3}{2}}}{\frac{\frac{18}{5}}{\frac{1}{2}} - \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}}} = \underline{\frac{4}{5} + \frac{7}{2}} = \frac{\frac{43}{10}}{\frac{67}{10}} = \frac{43}{10} \div \frac{67}{10} = \frac{43}{67}$$

El hombre honrado es aquel que mide sus derechos por sus deberes

EJERCICIOS

1) $\frac{6}{11} \div \frac{5}{22}$ ---------------------- $R = 2\frac{2}{5}$

2) $\frac{19}{21} \div \frac{38}{7}$ ---------------------- $R = \frac{1}{6}$

3) $21 \div \frac{42}{5}$ ---------------------- $R = 2\frac{1}{2}$

4) $5\frac{5}{9} \div 3\frac{7}{11}$ ---------------------- $R = 1\frac{19}{36}$

5) $4\frac{1}{50} \div 24\frac{3}{25}$ ---------------------- $R = \frac{1}{6}$

6) $(4 - \frac{1}{3}) \div \frac{11}{6}$ ---------------------- $R = 2$

7) $(2 \times \frac{6}{5}) \div (2 + \frac{3}{8})$ ---------------------- $R = 1\frac{1}{95}$

8) $$\frac{\frac{1}{3} + \frac{2}{5} + \frac{1}{30}}{\frac{23}{30}}$$ ---------------------- $R = 1$

9) $$\frac{4\frac{1}{7} - 2\frac{1}{14} + 3\frac{1}{2}}{6\frac{2}{3} + 5\frac{5}{9} - 10\frac{1}{8}}$$ ---------------------- $R = 2\frac{4}{7}$

10) $$\frac{\frac{8}{\frac{1}{4}} + 2 - \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}}}{3 \div (\frac{5}{3} \times \frac{6}{5})}$$ ---------------------- $R = 21\frac{1}{3}$

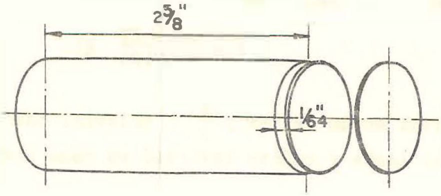
11) $$2 + \cfrac{5}{2 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{8}}}$$ ---------------------- $R = 4\frac{9}{58}$

12) $$1 + \cfrac{3}{2 + \cfrac{4}{1 - \cfrac{1}{4}}}$$ ---------------------- $R = 1\frac{9}{22}$

La pereza es una forma de la muerte

13)	$\frac{6}{11} \div \frac{5}{22}$	R. $2\,\frac{2}{5}$	14)	$\frac{19}{21} \div \frac{38}{7}$	R. $\frac{1}{6}$
15)	$21 \div \frac{42}{5}$	$2\,\frac{1}{2}$	16)	$5\,\frac{5}{9} \div 3\,\frac{7}{11}$	$1\,\frac{19}{36}$
17)	$4\,\frac{1}{50} \div 24\,\frac{3}{25}$	$\frac{1}{6}$	18)	$(4 - \frac{1}{3}) \div \frac{11}{6}$	2
19)	$(2 \times \frac{6}{5}) \div (2 + \frac{3}{8})$	$1\,\frac{1}{95}$	20)	$6\,\frac{3}{7} \div 1\,\frac{1}{14}$	6
21)	$(\frac{1}{2} \div \frac{3}{4}) \div \frac{3}{2}$	$\frac{4}{9}$	22)	$(\frac{1}{3} + \frac{2}{30}) \div \frac{1}{6}$	$2\,\frac{2}{5}$
23)	$(5\,\frac{1}{4} - 4) \div 1\,\frac{1}{2}$	$\frac{5}{6}$	24)	$\frac{3}{5} \div (\frac{2}{3} + \frac{5}{6})$	$\frac{2}{5}$
25)	$(7 + 3\,\frac{1}{8}) \div (14 + 6\,\frac{1}{4})$	$\frac{1}{2}$	26)	$(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{1}{8}) \div 1\,\frac{3}{5}$	$\frac{45}{64}$
27)	$(6 - \frac{3}{5} + \frac{1}{10}) \div 5\,\frac{1}{2}$	1	28)	$(\frac{1}{2} - \frac{1}{3})\,(2 - \frac{1}{5}) \div (1 - \frac{1}{3})$	$\frac{9}{20}$
29)	$\dfrac{\frac{1}{3} + \frac{2}{5} + \frac{1}{30}}{\frac{23}{30}}$	1	30)	$\dfrac{4\,\frac{1}{2} - 3\,\frac{2}{3} + \frac{1}{4}}{2 - \frac{1}{5}}$	$\frac{65}{108}$
31)	$\dfrac{4\,\frac{1}{7} - 2\,\frac{1}{14} + 3\,\frac{1}{2}}{6\,\frac{2}{3} + 5\,\frac{5}{9} - 10\,\frac{\text{[illegible]}}{8}}$	$2\,\frac{4}{7}$	32)	$\dfrac{\dfrac{8}{\frac{1}{4}} + 2 - \dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}}}{3 \div (\frac{5}{3} \times \frac{6}{5})}$	$21\,\frac{1}{3}$
33)	$\dfrac{\frac{2}{5} + \frac{3}{10} - \frac{1}{20}}{\frac{2}{3} + \frac{1}{9} + \frac{5}{6}}$	$\frac{117}{290}$	34)	$\dfrac{\frac{7}{8} + 1\,\frac{1}{4} - \frac{3}{2} \times \frac{4}{9}}{2\,\frac{1}{2} - 1\,\frac{1}{10} + \frac{1}{14} \times \frac{7}{5}}$	$\frac{35}{36}$

PROBLEMAS DE QUEBRADOS

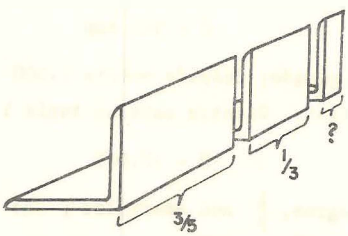


1º) Se tiene un cilindro de madera - para empaques de $2\frac{5''}{8}$ de longitud. Cuántos discos de $\frac{1''}{64}$ se pueden sacar - de él ?

R = 168

2º) En cada vuelta del motor de un torno, el buril avanza $\frac{1}{8}$ mm. Cuánto avanza en $1\frac{1}{3}$ de hora, si el motor da 350 R.P.M. ?

R = 3,5 m.



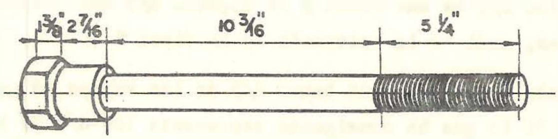
3º) Un operario gasta $\frac{3}{5}$ de un ángulo de hierro, otro $\frac{1}{3}$; cuánto queda ?

R = $\frac{1}{15}$

4º) Dos obreros han hecho un muro de $16\frac{1}{4}$ m. de largo en $6\frac{1}{2}$ días. Cuántos metros hicieron por día ?

R = $2\frac{1}{2}$ m.

5º) Se van a fabricar tornillos como el de figura, con varillas de 6 metros de largo; cuántas varillas pide Ud. en la práctica real para hacer 3.456 - tornillos, si en cada corte se pierde $\frac{1''}{16}$?



R = 288 v.

6º) Un obrero hizo los $\frac{3}{7}$ de un embobinado en 12 horas. Cuánto se demora en terminarlo ?

R = 16 horas

Lo bueno es bueno aunque carezca de nombre

7º)· Un tanque de aceite está lleno hasta los $\frac{4}{9}$; para llenarlo por completo se necesitan 450 $\frac{3}{25}$ galones. Cuál es su capacidad ?

R = 810 $\frac{27}{125}$ gl.

8º)· Un técnico invirtió $\frac{5}{8}$ de su capital en un taller y $\frac{1}{6}$ en material bási - sicos, quedándole \$ 15.000. Cuánto tenía y cuánto invirtió en cada cosa?

R = \$ 72.000

9º) Un depósito vende los 3/4 de sus existencias de hierro de construcción; después vende los 2/3 del resto y le quedan 30 toneladas. Cuánto tenía al principio ?

R = 360 ton.

10º) Un hacienda ganadera vende 1/3 de su ganado; después compra 2.000 cabe zas. Ahora tiene 5/6 del ganado que tenía. Cuántas cabezas tenía ?

R = 12.000

11º) Los $\frac{2}{5}$ de una caja de lápices son negros, $\frac{1}{3}$ son amarillos y los 12 - restantes azules. Cuántos lápices tiene la caja ?

12º) Se han comprado 2 máquinas por \$ 18.900. La segunda ha costado los 4/5 de la primera. Cuánto vale cada una ?

13º) Se despachan los 3/4 de un pedido de cajas; después los 2/3 del resto y quedan 30 cajas. Cuántas cajas forman el pedido ?

R = 360

14º) Se venden los 2/9 de una finca y se alquila 1/3 del resto. Si quedan - 28 hectáreas, cuál es la extensión de la finca ?

15º) Un negociante deposita en un banco 2/3 de las ventas de un día y en - otro \$500. Si lo que ha consignado representa los 6/7 de las ventas, cuánto vendió en el día ?

R = \$ 2.625

16º) Después de usar los 3/4 de un rollo de alambre y 30 m. más, queda 1/6 del que había. Cuál era la longitud del alambre ?

17º) Una cuadrilla hace un trabajo en 50 días,otra en 60 días y una tercera en 70 días.Si se reunen las 3, en cuánto tiempo pueden hacer la obra ?

Sea diligente en el trabajo.

MEDIA ARITMETICA O PROMEDIO

Se llama Media Aritmética o Promedio de dos números a la semisuma de ellos. Así, entre 18 y 32 la media aritmética será :

$$18 + 32 = 50; \qquad 50 \div 2 = 25$$

La Media Aritmética o Promedio entre varios números es el resultado de dividir su suma por el número de cantidades dadas.

Así entre 28, 45, 62, 84 y 36, la media aritmética es :

$$28 + 45 + 62 + 84 + 36 = 255 \therefore \frac{255}{5} = 51$$

y entre 27, 34, y 36, $27 + 34 + 36 = 97 \therefore \frac{97}{3} = 32\frac{1}{3}$

Ejemplo a) El gasto de un motor en gasolina durante la semana ha sido así: L. $ 46. Ma. $ 28, Mi $ 81, J. $72, V $ 60 y S $ 19; cuál es el gasto promedio ?

Entonces : $\frac{46 + 28 + 81 + 72 + 60 + 19}{6} = \frac{306}{6} = 51$ R = $51 diario

Ejemplo b): En una planta 3 unidades gastan la primera 146 galones, la 2a. 257 y la 3a. 335 en 24 horas. Cuánto gastan por hora ?

Tenemos : $\frac{146 + 257 + 355}{3} = \frac{738}{3} = 246 \therefore \frac{246}{24} = 10\frac{1}{4}$ gl/h.

Ejemplo c): En un taller 6 obreros gastan cada uno 48, 42, 56, 50, 45 y 51 minutos en pulir una pieza de la misma clase. Cuál es el promedio por obrero ? Con ese promedio en cuánto tiempo se podrán - entregar 3.728 piezas si tenemos 32 obreros ?

Tenemos : $48 + 42 + 56 + 50 + 45 + 51 = 292 \therefore \frac{292}{6} = 48\frac{2}{3}$ minutos por pieza.

Ahora : $\frac{3.728 \times 48\frac{2}{3}}{32} = \frac{3.728 \times 146}{32 \times 3} = \frac{233 \times 73}{3} = \frac{17.009}{3} = 5.669\frac{2}{3}$

y $\frac{5.669}{60} = 94$ h. $29\frac{2}{3}$ min. = 11 días 6 horas $29\frac{2}{3}$ minutos.

FRACCIONES Y NUMEROS DECIMALES

Quebrados o fracciones decimales : son las que tienen como denominador la unidad seguida de ceros, así :

$$\frac{1}{10} \quad \frac{15}{100} \quad \frac{95}{1.000} \quad \frac{5}{10.000} \quad \frac{438}{10.000} \quad \frac{1}{1'000.000}$$

$$\frac{8}{10} \quad \frac{89}{100} \quad \frac{246}{1.000} \quad \frac{120}{10.000} \quad \frac{50.000}{100.000} \quad \frac{82.745}{1'000.000}$$

$$\frac{28}{10} \quad \frac{423}{100} \quad \frac{4.897}{1.000} \quad \frac{53.489}{10.000} \quad \frac{1'349.285}{1'000.000}$$

Orden de las unidades decimales : Como en las fracciones decimales la unidad se ha dividido en 10, 100, 1.000 etc. partes, tenemos que estas partes o unidades decimales forman órdenes sucesivos; y tomando una unidad decimal de cada orden, reciben los siguientes nombres :

$\frac{1}{10}$ = décima, $\frac{1}{100}$ = centésima, $\frac{1}{1.000}$ = milésima

$\frac{1}{10.000}$ = diezmilésima, $\frac{1}{100.000}$ = cienmilésima, $\frac{1}{1'000.000}$ = millonésima

Forma práctica de la Fracción decimal o del número decimal. Si en un número entran todas las clases de unidades tanto de los enteros como de los decimales, se le puede representar por completo aplicando el sistema que se sigue en los números enteros,puesto que se funda en que cada cifra escrita a la izquierda de otra representa unidades 10 veces mayores; ley que no se interrumpe al pasar de las unidades enteras simples a las décimas, y que continúa en todos los decimales. Lo único que se necesita es separar de algún modo las unidades enteras simples de las décimas, lo cual se hace con la coma (,) por convención.

Ejemplo1: Un número de 7 centenas, 4 decenas, 8 unidades, 5 décimas y 3 centésimas se escribe así :

74853

y se separa así : 748,53 y se llama forma entera del número decimal.

El hombre que poco sabe nunca se hará entender

Igualmente un número de 7 décimas, 9 milésimas, se escribe así :

0,709 colocando ceros en los lugares de órdenes de las unidades que no existen, es decir, de las unidades enteras simples y de las centésimas.

Ejemplo 2:

Sea escribir 24 centenas, 35 unidades simples, 6 centésimas, 18 cienmilésimas :

Será : 2435, 06018

Así se puede dar una forma más práctica a la fracción decimal :

Por ejemplo, el número

$$\frac{4.829}{100}$$

se puede descomponer así :

$$\frac{4.000}{100} + \frac{800}{100} + \frac{2}{100} + \frac{9}{100}$$

y suprimiento en cada uno factores comunes, se tiene;

$$40 + 8 + \frac{2}{10} + \frac{9}{100};$$

lo que indica que el número tiene 4 decenas + 8 unidades + 2 décimas + 9 - centésimas, o lo que es lo mismo, que $\frac{4.829}{100} = 48,29$; esta forma se llama Número Decimal o simplemente Decimal, y se compone de una parte entera(48) y una parte decimal (29). Las cifras escritas después de la coma se llaman cifras decimales (,29)

Ejemplo : Sea escribir $\frac{527}{100.000}$ en forma decimal.

Descomponiendo, $\frac{500}{1.000} + \frac{20}{10.000} + \frac{7}{100.000} = \frac{5}{1.000} + \frac{2}{10.000} + \frac{7}{100.000}$

$= 0,00527$

Lectura de los Decimales : Se lee la parte entera como si estuviese sola, y luego la parte decimal en igual forma pero agregándole el nombre de las unidades decimales del último orden a la derecha, así :

El número 0,00527 se lee :

Cero enteros quinientos veintisiete cienmilésimas.

El número 245, 2408 se lee :

Doscientos cuarenta y cinco enteros, dos mil cuatrocientos ocho diezmilésimas.

No hacer el bien es un mal muy grande

PROPIEDADES DE LOS NUMEROS DECIMALES

1º.- No se altera el número decimal si se agregan o se quitan ceros a la derecha.

así : 7,23 = 7,230 = 7,2300 = 7,230000

18,40000 = 18,4000 = 18,400 = 18,40 = 18,4

2º.- Si se corre la coma 1, 2, 3, etc. lugares a la derecha, el número decimal queda multiplicado por 10, 100, 1.000 etc. es decir, por la unidad seguida de tantos ceros como lugares se ha corrido la coma.

23,480256 x 10 = 234,80256

234,80256 x 10 = 2.348,0256

234,80256 x 100 = 23.480,256

3º.- Si se corre la coma 1, 2, 3 etc. lugares a la izquierda el número decimal queda dividido por 10, 100, 1.000 etc. es decir, por la unidad seguida de tantos ceros como lugares se ha corrido la coma, así :

52048,312 ÷ 10 = 5204,8312

52048,312 ÷ 100 = 520,48312

52048,312 ÷ 1000 = 52,048312

- - - - - - - -

Cada cual es artífice de su propia fortuna

ADICION O SUMA DE DECIMALES

La adición o suma de Decimales, se hace en la misma forma que se empleó para sumar enteros, pero teniendo en cuenta que al colocarlos sus comas deben formar columna, es decir, deben corresponderse; en el resultado se coloca la coma en tal forma que también quede en la misma columna.

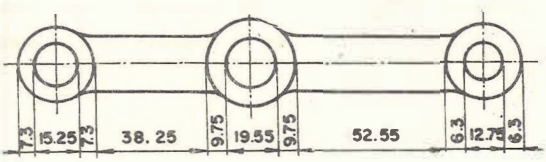
242,05	242,050000
0,36	0,360000
118,725004	118,725004
1,005	1,005000
6,1	6,100000
100,05	100,050000
468,290004	468,290004

Para evitar confusiones se puede hacer que todos los sumandos tengan igual número de cifras decimales, agregando ceros donde sea necesario.

Ejemplo a): Calcular cuánto medía un alambre que se seccionó en 5 pedazos, cada uno de los cuales mide en metros lo siguiente :

7,6
10,437
1,25
8,5
7,0455
34,8325 m.

Ejemplo b) : Cuánto mide la palanca doble del dibujo ?



R = 185,05

Ejemplo c): Se va a fundir una pieza con 84,75 Kg. Cu; 37,82 Kg. Al; 35,65 Kg. Zn y 39,62 Kg. Pb. Cuánto pesará la pieza ?

R = 197,84

La sencillez es un atributo del hombre culto

SUSTRACCION O RESTA

La sustracción o resta de Decimales se hace en la misma forma en que se hizo la de enteros, pero colocando las cantidades de manera que las comas se correspondan. Se ejecuta la operación y en la diferencia se coloca la coma exactamente debajo de las otras.

0,3063	7,895 m.	84,523
- 0,132	- 0,724	- 47,6085068
0,1743	7,171 m.	36,9144932

Cuando faltan ceros en el número del cual hay que restar, se pueden agregar ceros para igualar la cantidad de cifras decimales y ejecutar mejor la operación.

EJERCICIOS :

1º) Una plancha de 7,96 cm. de espesor al ser pasada por la cepilladora ha perdido 0,97 cm. Cuál espesor tiene ahora ?

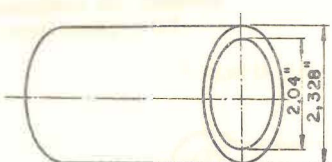
R = 6,99 cm.

2º) En un tanque con capacidad de 326,5 gls, se echan 178,625 galones. Cuántos galones más se pueden echar ?

R = 148,875 gl.

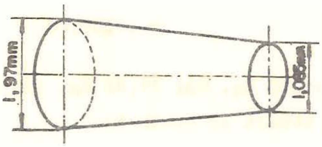
3º) Qué altura sobre el techo tiene un pararrayo si contando desde el suelo hasta su punta hay 118,73 m. y del suelo al tejado hay 109,875 m. ?

R = 8,855 m.



4º) El diámetro efectivo interior de una tubería de dos pulgadas es 2,04" y el diámetro exterior es 2,328". Cuál es el espesor de la pared del tubo ?

R = 0,288"



5º) Hallar la diferencia entre los diámetros de un pedazo de pieza cónica como la del dibujo.

R = 0,885 mm.

MULTIPLICACION DE DECIMALES

Los decimales se multiplican como si fueran enteros y en el producto se separa un número de cifras decimales igual a la suma de las que hay en los dos factores.

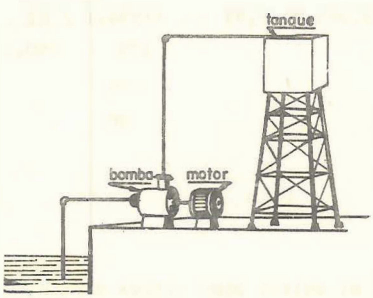
0,825	426	1,205
x 13	x 0,005	x 1,15
2475	2,130	60 25
825		120 5
10725		1205
		1,385 75

Cuando uno de los factores contiene ceros, se procede así :

0,232	3,405381
x 0,001	x 0,001205
0,000 232	17 026905
	681 0762
	3405 381
	0,004103 484105

Se hace el producto como si fueran enteros y se separan las cifras decimales indicadas en ambos factores, completando con ceros.

PROBLEMAS :



1º) Si una bomba suministra 2,39 litros de agua en cada carrera del émbolo, y hace 51 carreras por minuto, cuántos litros dará en 58 minutos ?

R = 7.069,62

2º) La velocidad de corte en una pieza cilíndrica se halla multiplicando la circunferencia de la pieza por el número de revoluciones por minuto. Hallar la velocidad de corte de una pieza cuya circunferencia es 4,273" y gira a 265 R.P.M. Darla en pulgadas por minuto.

R = 1.132,345"/ minuto.

Sólo perdura el trabajo que se hace con amor

DIVISION DE DECIMALES

La división de decimales se reduce siempre a la división de números enteros; procediendo en la forma que lo muestran los ejemplos siguientes :

Ejemplo a) Dividir un número decimal por un entero :

Se dispone así :

```
12,78 ÷ 5          12,78 / 5
                    2 7   2,55
                      28
                       3
```

Podemos hacer la división como en los enteros, pero al llegar a la coma se coloca también una coma en el cociente o resultado y se continúa la operación hasta terminar.

Ejemplo b) Dividir un número entero o decimal por un decimal :

```
1º) 846 ÷ 0,24     84600 / 24     2º) 415,945 ÷ 0,63 ∴ 41594,5 / 63
                   126                                 379     660,2
                    060                                 154
                     120                                 28
                      00
```

En el 1º) se añaden tantos ceros al entero como cifras decimales tenga el decimal por el cual se está dividiendo, y se suprime la coma; luego se ejecuta la división.

En el 2º) se multiplican ambos decimales por la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tenga el divisor, para que éste se vuelva entero.

Tener conciencia de la propia ignorancia es un gran paso hacia el saber

REDUCCION DE FRACCIONES

1º) Reducir fracciones ordinarias a Decimales : es buscar un decimal equivalente al quebrado común, o que se diferencie de él en menos de una unidad de un orden dado. Para ello se divide el numerador por el denominador y se van agregando ceros en el dividendo, uno por cada cifra decimal adicional que se quiera sacar.

$\frac{3}{4}$ = 3 ⌊4
  20 0,75
   0
∴ $\frac{3}{4} = 0{,}75$;

$\frac{7}{8}$ = 7 ⌊8
  0,875
∴ $\frac{7}{8} = 0{,}875$

$\frac{4}{11}$ = 4 ⌊11
 70 0,36363
  40
   70
    40
     7

$\frac{425}{38}$
425 ⌊38
 45 11,1842105
  70
  320
   160
    080
     040
      200
       10

$\frac{4}{11} = 0{,}36363$ $\frac{425}{38} = 11{,}1842105$

2º) Reducir fracciones decimales a ordinarias: para ello se escribe como numerador la fracción o número decimal sin la coma, y como denominador la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tenía; se simplifica si es posible.

$0{,}125 = \frac{125}{1.000} = \frac{5}{40} = \frac{1}{8}$; $7{,}81 = \frac{781}{100}$

$34{,}875 = \frac{34875}{1.000} = \frac{279}{8}$; $0{,}15625 = \frac{5}{32}$

3º) Reducir un número decimal a fracción ordinaria de denominador dado. Para ello se multiplica el decimal por el denominador dado, se pone como numerador ese producto y por denominador el dado.

0,5827" en 64 avos ∴ $\frac{0{,}5827 \times 64}{64} = \frac{37{,}2928}{64}$ "

0,3917 a 12 avos ∴ $\frac{0{,}3917 \times 12}{12} = \frac{4{,}7004}{12} = \frac{5}{12}$ aproximando

3,10435 a octavos ∴ $\frac{3{,}10435 \times 8}{8} = \frac{24{,}83680}{8}$

FRACCIONES DECIMALES PERIODICAS

Al convertir fracciones ordinarias en fracciones decimales pueden ocurrir 3 casos:

1º Que dé una fracción decimal exacta : es decir, que al ejecutar la transformación nos dé un número limitado de cifras decimales.

$\frac{11}{8}$

```
11 /8
30 1,375
 60
  40
   0
```

$\therefore \quad \frac{11}{8} = 1{,}375$

$\frac{86}{500}$

```
86 / 5ØØ
36   0,172
10
 0
```

$\therefore \quad \frac{86}{500} = 0{,}172$

2º Que dé una fracción decimal periódica pura : es decir, que la parte decimal está formada por una o más cifras que se repiten siempre, lo cual ocurre cuando el denominador no es divisible por los factores primos 2 o 5.

$\frac{81}{11}$

```
81 /11
40  7,363636---
 70
  40
   70
    40
     70
      4
```

$\therefore \quad \frac{81}{11} = 7{,}363636...$

$\frac{14}{27}$

```
140 / 27
050  0,518518 ---
 230
  140
   050
    230
     14
```

$\therefore \quad \frac{14}{27} = 0{,}518518$

3º Que dé una fraccional decimal periódica mixta: es decir que la parte decimal está formada por una parte de una o más cifras que no se repiten, y por otra parte periódica, que se repite luego indefinidamente.

$\frac{7}{30}$

```
7 /3Ø
10 0,233--- ;
 10
  1
```

$\frac{19}{74}$

```
190 /74
 420 0,2567567---;
  500
   560
    420
     500
      560
       42
```

$\frac{17}{6}$

```
17 / 6
50  2,833
 20
  20
   2
```

El amigo seguro se conoce en la ocasión insegura

PROBLEMAS

1º) Una batería contiene 3,15 litros de líquido. Cuántas baterías iguales - se cargan con 278,775 litros ?

R = 88,5 bat.

2º) Un barril lleno de remaches pesa 104,8 kg.y contiene 595 docenas de ellos Cuántos kilos pesa cada remache si la tara es de 4,8 kg. ?

R = 0,014 kg.

3º) Para fabricar una pieza se gastan 99,705 kg. de bronce. Cuántas se hi - cieron si cada una usó 5,865 kg ?

R = 17 p.

4º) Un albañil coloca 5.750 ladrillos en 5,75 días trabajando 8 horas dia - rias.Cuántos coloca por hora ?

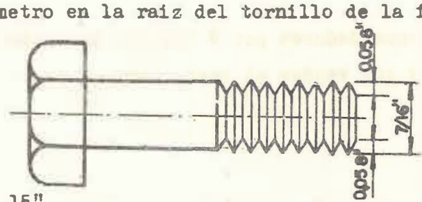
R = 125 ldr.

5º) En un carrete hay 41,40 kg. de alambre. Cuántos tramos de 8,28 Kg se pue den sacar ?

R = 5

6º) El diámetro de un eje debería ser de $\frac{13''}{16}$, pero en realidad mide 1,317" Cuánto le sobra ?

7º) Calcular el diámetro en la raiz del tornillo de la figura.



8º) Una pieza tiene $\frac{15''}{8}$ de diámetro. Cuál deberá ser la profundidad de corte de la herramienta para rebajarla al diámetro de 1,594" ?

R = 0,1405"

9º) Gastando 1 $\frac{1}{4}$ minutos para quitar del torno la pieza terminada y poner otra, cuanto tiempo se necesita para tornear 25 pasadores si en cada uno se gastan 10 $\frac{1}{2}$ minutos ?

R = 4 h. 53' 45"

10º) En una carrera de 800 m. un corredor hace 8 m. por segundo y otro 6,75 m. por segundo. Cuántos segundos antes llegará el primero ?

11º) El vino de un tonel pesa 1.962 Kg. Si cada litro de vino pesa 0,981 - Kg., cuántos litros contiene el tonel ?

12º) Se pagan $ 54,18 de derechos por la mercancía de una caja cuyo peso - bruto es 60 Kg. Si el peso del empaque es 8,40 Kg; cuánto se paga por cada Kg. de mercancía ?

13º) Se compran 15 encendedores por $ 210,75. Se venden 6 a $ 15,30 cada uno. A cómo hay que vender el resto para ganar en todo $ 30 ?

14º) Un mecánico compra 6 pines y 9 tornillos por $ 8,46. Más tarde a los mismos precios compra 7 pines y 8 tornillos por $ 8,91. Hallar los precios de un pin y de un tornillo.

RAZONES Y PROPORCIONES

RAZON O RELACION de dos números es el cociente o resultado de su división. Las razones se expresan en una de las formas siguientes :

$$\frac{20}{4} \qquad 20 \text{ a } 4 \qquad \text{o} \qquad 20 : 4$$

Términos de la razón: son los dos números que se comparan. El 1º se llama antecedente y el 2º consecuente; como la relación se puede escribir en forma de quebrado, también se llaman numerador y denominador.

Razón o relación simple : cuando tiene un solo antecedente y un solo consecuente, así: 60 : 12 15 : 2

Razón o relación directa e Inversa : $\frac{12}{3}$ y $\frac{3}{12}$; como pueden tomarse en las dos formas, considerando la una directa, la otra es su inversa. Si $\frac{12}{3}$ directa, $\frac{3}{12}$ es inversa.

El producto de 2 razones, una directa por una inversa, es siempre 1 :

$$\frac{12}{3} \times \frac{3}{12} = \frac{12 \times 3}{3 \times 12} = 1$$

Esta conclusión de Número Inverso de otro, es general y se aplica a números cualesquiera: el Número inverso de otro entero o fraccionario, es igual al cociente de la unidad por ese número.

así : de 8 será $\frac{1}{8}$; de $\frac{4}{5}$ será $\frac{5}{4}$, el quebrado invertido

$$y\ 8 \times \frac{1}{8} = \frac{8}{8} = 1 ; \quad \frac{4}{5} \times \frac{5}{4} = \frac{20}{20} = 1$$

Razón compuesta : es la formada al multiplicar dos o más razones simples entre sí. Su antecedente es el producto de los antecedentes de las razones simples y el consecuente, es el producto de los consecuentes.

$$\frac{8}{4} \text{ y } \frac{12}{3} : \frac{8 \times 12}{4 \times 3}$$

$$\frac{5}{15} \text{ y } \frac{12}{70} \quad \frac{5 \times 12}{15 \times 70}$$

Las razones compuestas rara vez se usan solas en los cálculos, pero tienen mucha aplicación y utilidad en las proporciones.

Sea hallar la razón compuesta de 25 : 84; 7 : 15; 18 : 42 y 3 : 50

Tenemos: $\frac{25}{84} \quad \frac{7}{15} \quad \frac{18}{42} \quad \frac{3}{50} \quad \therefore \quad \frac{25 \times 7 \times 18 \times 3}{84 \times 15 \times 42 \times 50}$

PROPORCIONES

Proporción es la igualdad de dos razones .

Ejemplo : La proporción entre $\frac{8}{4}$ y $\frac{6}{3}$ se escribe de las siguientes maneras :

$$\frac{8}{4} = \frac{6}{3} \quad ; \quad 8 : 4 :: 6 : 3 \quad ; \quad 8 : 4 = 6 : 3 ,$$

y se lee así:

" 8 es a 4 como 6 es a 3.

Terminos de la proporción : son los números que la forman, tiene pues 4 términos: el 1º y el 4º se llaman extremos: el 2º y 3º se llaman medios .

9 : 3 = 51 : 17 9 y 17, extremos; 3 y 51, medios

Cuarta proporcional: es cualquiera de los 4 términos de la proporción, cuando todos son diferentes.

PROPIFDAD FUNDAMENTAL DE LAS PROPORCIONES

En toda proporción, el producto de los extremos es igual al producto de los medios.

$$\frac{9}{3} = \frac{51}{17} \quad \therefore \quad \text{Debe cumplirse que} \quad 9 \times 17 = 3 \times 51$$

Se prueba así: como son 2 fracciones, se reducen a común denominador, así:

$$\frac{9 \times 17}{3 \quad 17} = \frac{51 \times 3}{17 \times 3} ; \quad 9 \times 17 = 51 \times 3$$

Manera de hallar uno de los términos , cuando se conocen los 3 restantes : Se aplica la propiedad fundamental de las proporciones y se procede así :

$$\frac{18}{15} = \frac{42}{X} \quad \therefore \quad 18 \times X = 15 \times 42 \quad \therefore \quad X = \frac{15 \times 42}{18} = 35$$

o así : $18 : X = 42 : 15 \therefore X = \frac{18 \times 15}{42} \therefore X = 35$

Proporción continua : es la que tiene sus términos medios iguales :

Ejemplo : $\frac{4}{6} = \frac{6}{9}$ 4 : 6 = 6 : 9 los medios son 6

MAGNITUDES PROPORCIONALES

Son todas aquellas que pueden contarse o medirse.

Ejemplo :

árboles, longitudes, panes, rieles, volúmenes, tornillos, etc.

Magnitudes directamente proporcionales : Dos magnitudes son directamente proporcionales cuando haciéndose una de ellas 2, 3, 4 - - - veces mayor o menor, la otra se hace ese número de veces mayor o menor, respectivamente.

Ejemplo :

el número de obreros y el tiempo empleado en un trabajo, la velocidad y el tiempo.

Proporcionalidad compuesta : Sucede en la práctica que una cantidad es directamente proporcional a otra o más, e inversamente proporcional a otra - más.

Ejemplo : el tiempo empleado en hacer una construcción es directamente proporcional a las dimensiones del edificio e inversamente proporcional al número de trabajadores y al número de horas trabajadas por día.

Ejemplo : el volumen de una caja rectangular es directamente proporcional al largo, al ancho y al grueso.

Como aquí se relacionan más de dos magnitudes, tendremos, pues, una proporción compuesta .

La diligencia es madre de la buena ventura.

REGLA DE TRES

Es una operación en la cual se conocen varias magnitudes directa o inversamente proporcionales y se trata de hallar una magnitud desconocida.

Es Simple y Directa la Regla de Tres, cuando solo intervienen dos magnitudes y estas son directamente proporcionales.

Se puede resolver por proporciones o por el método de reducción a la unidad.

Ejemplo : Un obrero elabora 75 piezas en 2 horas; cuántas hará en 8 ?

a) Proporciones : $\frac{75}{X} = \frac{2}{8} \therefore X = \frac{75 \times 8}{2} = 300$ piezas

b) Por reducción a la unidad : se coloca la X, un igual, la línea de quebrado, y se raciocina así : Si 75 piezas las elabora en 2 horas, en 1 hora solo pega un número de piezas 2 veces menor y en las 8 horas, un número ocho veces mayor.

así : $X = \frac{75 \times 8}{2} = 300$ pz.

Es simple e Inversa la Regla de Tres, cuando únicamente intervienen dos magnitudes que son inversamente proporcionales.

Ejemplo : Si 20 obreros hacen un trabajo en 40 días, cuántos lo harán en 25 días ?

a)

o	d
20	40
X	25

$$\frac{20}{X} = \frac{25}{40} \therefore X = \frac{20 \times 40}{25}$$

b) Reducción a la unidad :

$$X = \frac{20 \times 40}{25} = \frac{4 \times 8}{1} = 32 \text{ ob.}$$

REGLA DE TRES COMPUESTA

La regla de tres es compuesta cuando se aplica a más de dos magnitudes que son proporcionales.

Ejemplo 1 : Si 40 obreros hacen 1.280 piezas en 16 días, cuántas harán 36 obreros en 31 días ?

Solución: Se ordenan los datos así :

1.280 pz	40 ob.	16 d.
X	36	31

$$\frac{X}{1.280} = \frac{36}{40} \times \frac{31}{16} \quad \therefore \quad X = \frac{1.280 \times 36 \times 31}{40 \times 16}$$

y simplificando :
$$X = \frac{8 \times 9 \times 31}{1} = 2.232 \text{ piezas}$$

Ejemplo 2 : Trabajando 10 horas por día en 30 días, 12 carpinteros hacen 25 gabinetes de 16 compartimentos y cada compartimento tiene 32 cajones. En cuántos días de 8 horas de labor podrán 18 carpinteros hacer 64 gabinetes de 12 compartimentos y 40 cajones ?

Lo 1º que se hace es escribir una razón cuyo numerador sea la incógnita y su denominador sea el término de la misma magnitud de la incógnita. Se examinan y se comparan luego todos los datos, estableciendo las razones directas o inversas y se ponen como un producto de razones en el 2º término de la proporción. Se despeja la incógnita, se hacen todas las simplificaciones posibles y convenientes, y finalmente se obtiene el resultado.

Los datos se ordenan así :

Días	horas	carps.	gabs.	comps.	cajs.
30	10	12	25	16	32
X	8	18	64	12	40

Obsérvese :

a) Los días gastados son inversamente proporcionales a las horas trabajadas por día y al número de carpinteros empleados.

b) Los días gastados son directamente proporcionales a las obras a hacer, es decir, a los gabinetes, los compartimentos y los cajones.

Por lo tanto, la proporción queda así :

$$\frac{X}{30} = \frac{10}{8} \times \frac{12}{18} \times \frac{64}{25} \times \frac{12}{16} \times \frac{40}{32}$$

$$\therefore \quad X = \frac{30 \times 10 \times 12 \times 64 \times 12 \times 40}{x \quad 8 \times 18 \times 25 \times 16 \times 32}$$

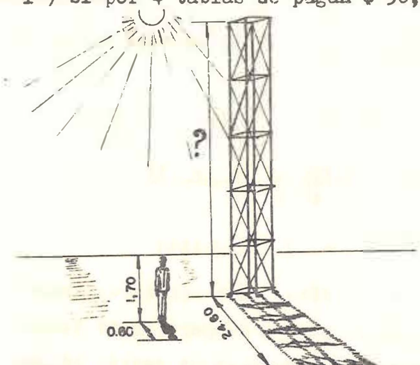
$$X = 60 \text{ días}$$

La estrechez espiritual origina la intolerancia

PROBLEMAS

1º) Si por 4 tablas se pagan \$ 36,20 cuánto se pagará por 90 tablas ?

R = \$ 859,50



2º) Un hombre de 1,70 m. de alto da - 0,60 m. de sombra. Qué altura tiene - una estructura que en el mismo momento da 24,60 m. de sombra ?

R = 69,7 m.

3º) En 6 horas un quemador gasta 170 galones de ACPM; qué cantidad gasta en 72 horas ?

R = 2.040 gl.

4º) 12 obreros en 15 días hacen 130 muebles. Cuántos muebles harán 30 obreros en 10 días ?

R = 216 $\frac{2}{3}$ mbl.

5º) Se pagan \$ 28 por transporte de 3 toneladas de mercancía a 9 km. de - distancia. Cuánto se paga por llevar 7 ton. a 36 Km ?.

R = \$ 261 $\frac{1}{3}$

6º) Si un lingote de metal de 3,50 de largo pesa 37,45 Kg, cuánto pesa otro del mismo material y de 6,75 m. de longitud ?

R = 72,225 Kg.

7º) Si un buril recorre 222 cm. en 4 horas 20 minutos, cuánto tiempo se - gastará para pulir 1.060 cm ?

R = 20 h. 41' 44"

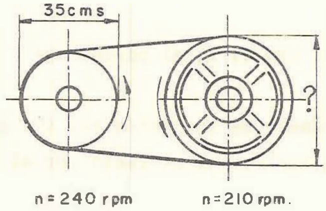
No dejes para mañana lo que puedas hacer hoy

8º) Con 10 obreros un trabajo se hace en 75 días trabajando 8 horas diarias; si se quiere terminar en 40 días trabajando 10 horas por día, cuántos obreros se necesitan ?

R = 15 obreros

9º) Si un carro gasta un galón de gasolina en 18,5 Km., cuánto vale un viaje a Santa Marta desde Bogotá (1.286 Km) a $ 1,06 el galón ?

R = $ 73,681



10º) Una polea de 35 cm. de diámetro da 240 RPM y mueve una polea mayor que da 210 RPM. Cuál es el diámetro de la última ?

11º) Si 12 telares trabajando 10 h. producen 70 piezas de tela, cuántas producen 15 telares trabajando 8 h. ?

R = 70

12º) Si una pared de 2,15 m. de altura da una sombra de 6,45 m. cuál será la altura de una casa que a la misma hora da una sombra de 51 m. ?

R = 17 m.

13º) Una pieza avanza en una pulidora 1' 6" en $\frac{3}{4}$ minuto. Cuánto avanza en 3 min. 4 seg. ?

14º) Una cuadrilla de 15 hombres debe hacer un trabajo en 14 días. Al cabo de 9 días han hecho los $\frac{3}{7}$ de él. Con cuántos hombres debe reforzarse para terminar el trabajo en el tiempo acordado ?
R = 21

15º) Con 12 hombres en 6 días se cava una zanja de 30 m. de largo, 8 m. de ancho y 4 m. de alto, trabajando 6 h/d. Si se pone doble número de hombres durante 5 días para cavar otra zanja de 60 m. de largo por 12 m. de ancho y 3 m. de alto, cuántas horas diarias deben trabajar ?

El buen pagador es dueño de la bolsa de los demás.

TANTO POR CIENTO (%)

Significa tantas partes de cada ciento y se indica así : %

Porcentaje : Es el valor o importe del tanto por ciento de un número dado.

Ejemplo : Si el número es 400, su 5 % será 20; este 20 es el porcentaje.

Determinación del Porcentaje. Ej: Cuánto es el 6 % de 15.834 ?

$$\frac{15.834 \times 6}{100} = 950{,}04; \text{ este } 950{,}04 \text{ es el porcentaje}$$

Es decir, para hallar el porcentaje de un número se lo divide por 100 para saber cuántos grupos de a 100 tiene y se multiplica el cociente por el tanto por ciento.

Ejemplo 1 : Cuál es el peso del estaño en 150 Kg de soldadura si ésta es del 40 % ?

$$\frac{15\cancel{0} \times 4\cancel{0}}{1\cancel{0}\cancel{0}} = 60 \text{ Kg. de estaño}$$

Ejemplo 2 : Una garrafa tiene 75 litros de solución de ácido sulfúrico al 47% . Cuántos litros de ácido se usaron ?

$$\frac{75 \times 47}{100} = 35{,}25 \text{ lts; o así : } \frac{100}{47} = \frac{75}{X} \therefore$$

$$X = \frac{47 \times 75}{100} = 35{,}25$$

Ejemplo 3 : 3 cargas de café valen $ 1.640; cuánto valdrán 36 ?

Se razona y se procede así : se pone una X que es la incógnita, signo igual y raya de quebrado; se dice luego: si 3 cargas valen $ 1.640 (se escribe el 1.640 encima de la línea), una sola valdrá 3 veces menos (se escribe el 3 debajo de la línea) y 36 cargas valdrán esas veces más (se escribe 36 encima, como factor del numerador), así:

$$X = \frac{1.640 \times 36}{3} = 1.640 \times 12$$

$$X = \$\ 19.680.oo$$

Observar es aprender.

DETERMINACION DEL TANTO POR CIENTO (%)

La determinación del Tanto por ciento (%) de un número conociendo el número y el porcentaje, se ilustra con el siguiente ejemplo :

Ejemplo 1 : Un préstamo de \$ 18.796 ha producido un interés o porcentaje de \$ 1.221,74 ; a qué tanto por ciento ha estado impuesto ?

a) Por proporciones :

$$\frac{1.221,74}{18.796} = \frac{X}{100} \therefore X = \frac{1.221,74 \times 100}{18.796} =$$

$$\frac{1.221,74}{18,796} = 6,5\ \%$$

b) Por reducción a la Unidad :

$$X = \frac{1.221,74 \times 100}{18.796} = 6,5\ \%$$

Ejemplo 2 : Qué capital produjo un interés de \$ 1.221,74 colocado al 6,5 % ?

$$\frac{6,5}{100} = \frac{1.221,74}{X} \therefore X = \frac{1.221,74 \times 100}{6,5}$$

$$X = \$\ 18.796$$

Ejemplo 3 : Se ha obtenido un porcentaje de \$ 4.oo de una cantidad impuesta al 5%. Cuál es esa cantidad ?

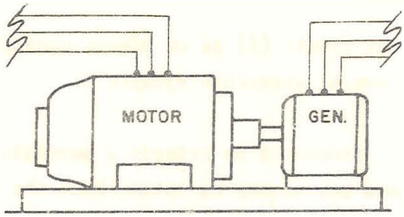
Tenemos :

$$\frac{X}{4} = \frac{100}{5} \therefore X = \frac{100 \times 4}{5}$$

$$X = \$\ 80.oo$$

Use siempre la herramienta adecuada

PROBLEMAS



1º) Un alternador suministra energía a dos circuitos; la corriente que da al 1º es de 35 amperios y la que da al 2º es un 25% mayor. a) Cuántos amperios representa este 25 % y b) Qué corriente se da al 2º circuito ?

R = a) 8,75 b) 43,75 amp.

2º) Una empresa tiene 540 motores de los cuales se deben reemplazar 45; qué tanto por ciento (%) se dañó ?

R = 8,33 %

3º) La cuenta del gas este mes vale $64,oo y representa un 80% de la del mes pasado. Cuánto costó el mes pasado ?

R = $ 80.oo

4º) Un taller que vale $89.746 da una renta anual del 28,75 %. Cuánto produce ?

R = $ 25.801,98

5º) De 11.520 piezas producidas se rechazan 360. Qué tanto por ciento representa la pérdida ?

R = 3,125 %

6º) Qué interés simple producen $ 12.000,colocados al 5% en cuatro años ?

R = $ 2.400

7º) A qué tanto por ciento anual deben colocarse $ 2.580 para que dén un interés de $40.oo en 124 días ?

R = 4,5 %

8º) Durante cuánto tiempo estuvo a un interés simple del 6% anual un capital de $ 4.900.oo, si produjo $ 1.176 ?

R = 4 años

REGLA DE INTERES

Es una operación por la cual se calcula la ganancia que produce una suma prestada a un interés y un tiempo determinado.

Tiene 4 partes: capital, interés o porcentaje, tanto por ciento y tiempo.

El interés es simple cuando al fin de cada año o periodo de tiempo no se acumula al capital para devengar interés en los periodos siguientes y es compuesto cuando si se agrega al capital, como en las cajas de ahorro.

Todos los problemas de interés se resuelven por medio de una regla de tres compuesta.

Ejemplo : Cuál es el capital que colocado al 6%, produjo $ 1.593,40 en 4 años 3 meses 12 días ?

Para resolverlo, los datos se disponen así :

C	T (%)	t
$ 100	6	360 días
X	1.593,40	1.542 "

a) Por reducción a la unidad se raciocina así: se escribe la X y un igual con línea de quebrado enfrente y se dice: si un capital de $100 (se escribe el 100 encima de la línea), produjo $6 en un año, para obtener un solo peso ($1) se necesita un capital 6 veces menor,(se escribe el 6 debajo de la línea), y para obtener $ 1.593,40 se requiere un capital esas veces mayor, (se escribe el 1.593,40 encima de la línea). Eso en un año (360 días); si fuera en un solo día se necesitaría un capital 360 veces mayor, (se escribe el 360 sobre la línea) y como es en 1.542 días se necesita uno esas veces menor,(se escribe el 1.542 debajo de la línea)

$$X = \frac{100 \times 1.593{,}40 \times 360}{6 \times 1.542} = \$\ 6.200$$

b) Para resolver el problema por proporciones: se tiene en cuenta que el capital y los intereses o porcentaje son directamente proporcionales; el capital y el tiempo son inversamente proporcionales.Por lo tanto, se establecen las proporciones así :

$$\frac{X}{100} = \frac{1.593{,}40}{6} \times \frac{360}{1.542} \quad \therefore \quad X = 100 \times \frac{1593{,}40}{6} \times \frac{360}{1.542} = \$\ 6.200$$

La bondad consiste en amar a los demás más de lo que se merecen

POTENCIAS

Cuando un número se multiplica por sí mismo una o varias veces, el producto de esos factores iguales lo llamamos potencia, y la operación que tenemos que hacer para obtenerla la denominamos elevación a potencias.

Sean

$2 = 2^1 = 2$;	$7 = 7^1 = 7$
$2 \times 2 = 2^2 = 4$;	$7 \times 7 = 7^2 = 49$
$2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$;	$7 \times 7 \times 7 = 7^3 = 343$
$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4 = 16$;	$7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^4 = 2.401$

Vemos aquí como se van obteniendo los productos sucesivos al multiplicar a 2 por sí mismo, 1, 2, 3, 4, etc. veces y a 7 en igual forma: es decir, vemos como van apareciendo las potencias de 2 y las de 7.

El número que nos dan para multiplicarlo por sí mismo se llama Base de la potencia; el número que dice o indica las veces que se repite la base como factor se llama Exponente o grado u orden de la potencia, y el producto obtenido se llama POTENCIA.

Ejemplo : $2^5 = 32$: 2 es la Base, 5 el exponente y 32 la potencia.

De acuerdo al exponente, tenemos que la potencia será de primero, 2º, 3º - etc, grado o simplemente la. 2a. 3a. etc. potencia.

A la 2a. potencia, se le llama Cuadrado : $2^2 = 4$ $8^2 = 64$
A la 3a. potencia, se le llama Cubo : $3^3 = 27$ $10^3 = 1.000$

Cuando hay que elevar una operación indicada a una potencia se encierra - dentro de un paréntesis y el exponente se pone fuera de él, así :

$$2 + 3 + 4 \text{ al cubo} = (2 + 3 + 4)^3$$

$$45 - 30 + 5 \text{ al cuadrado} = (45 - 30 + 5)^2$$

$$\frac{4/5}{7/16} - \frac{3/8}{2/9} \text{ a la quinta} = \left(\frac{4/5}{7/16} - \frac{3/8}{2/9}\right)^5$$

Nunca mucho costó poco.

Para elevar un número entero a una potencia, se le multiplica sucesivamente por sí mismo tantas veces como indica el grado de la potencia.

$$2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64; \quad 35^3 = 35 \times 35 \times 35 = 42.875$$

Para elevar una fracción a una potencia : Se eleva el numerador solo y se pone de numerador final, y el denominador solo y se pone de denominador final.

$$\left(\frac{5}{8}\right)^2 = \frac{5^2}{8^2} = \frac{25}{64} \qquad \left(\frac{3}{7}\right)^5 = \frac{3^5}{7^5} = \frac{243}{16.807}$$

Si el número es mixto, se reduce el mixto a quebrado y se ejecuta como antes

$$\left(3\frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{7}{2}\right)^4 = \frac{7^4}{2^4} = \frac{7 \times 7 \times 7 \times 7}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{2.401}{16} = 150\frac{1}{16}$$

Para elevar un Decimal a una potencia, se prescinde de la coma, se lo eleva como si fuera entero y en el resultado se separa un número de cifras decimales igual al producto de las que tenía el número por el exponente.

$$1{,}235^2 = 1{,}235 \times 1{,}235 = 1{,}525225$$

$$0{,}15^4 = 0{,}15 \times 0{,}15 \times 0{,}15 \times 0{,}15 = 0{,}00050625$$

Obsérvese: cuando el número es menor que uno, las potencias son menores que uno y siempre menores que la base.

Para elevar la unidad seguida de ceros a una potencia, se hace agregando un número de ceros igual al producto del número de ceros que tiene por el exponente.

$$10.000^2 = 100'000.000 \qquad (4 \times 2 = 8 \text{ ceros})$$

$$100^5 = 10.000'000.000 \qquad (2 \times 5 = 10 \text{ ceros})$$

Para elevar un producto a una potencia, se eleva cada uno de los factores a dicha potencia y se multiplican estas potencias.

$$(3 \times 5 \times 7)^5 = 3^5 \times 5^5 \times 7^5 = 243 \times 3.125 \times 16.807 = 12.762'815.625$$

$$\left(\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{6}{7}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{4}{5}\right)^2 \times \left(\frac{6}{7}\right)^2 = \frac{4}{9} = \frac{16}{25} \times \frac{36}{49} = \frac{256}{1.225}$$

CUADRADO O SEGUNDA POTENCIA

El cuadrado o potencia de 2º grado, es la potencia más usada en la práctica. Por lo tanto, su estudio es de gran importancia.

Número de cifras del cuadrado :

Tomemos los límites de los números de una cifra, de 2 cifras, de 3, etc y veamos el número de cifras de sus cuadrados

1^2	=	1	9^2	=	81	- - - -	1 a 2 cifras
10^2	=	100	99^2	=	9.801	- - - -	3 a 4 "
100^2	=	10.000	999^2	=	998001	- - - - -	5 a 6 "
1000^2	=	1'000.000	9999^2	=	99980001	- - - - - -	7 a 8 "

Obsérvese :

1º) Los cuadrados de los números de 1 cifra entera (1 a 9) tienen 1 o 2 cifras.

2º) Los cuadrados de los números de 2 cifras enteras (10 a 99) tienen 3 o 4 cifras.

3º) Los cuadrados de los números de 3 cifras enteras (100 a 999) tienen 5 o 6 cifras, etc.

En conclusión, se puede observar que el cuadrado de un número - contiene doble número de cifras que el número dado, o el doble menos 1, ya que cualquier número que se tome encaja dentro de estos límites en número de cifras.

El que ambiciona lo ajeno pierde temprano lo propio

RAIZ CUADRADA

La raíz cuadrada de un número es otro número que multiplicado por sí mismo reproduce el primero.

Su extracción se indica con este signo $\sqrt{}$, llamado radical. Asi $\sqrt{4}$, $\sqrt{358}$

Número de cifras de la raíz : como ya vimos, la potencia de 2º grado o cuadrado, tiene el doble o el doble menos una cifra que las del número base; - la raíz cuadrada que es la base de la potencia de segundo grado, tendrá por consiguiente la mitad del número de cifras o la mitad del número de cifras mas una. Así : de 6 cifras tendrá 3 cifras en la raíz; si el número tiene - 9 cifras, su raíz tendrá 5.

Extracción de la Raíz

Sea, por ejemplo, extraer la raíz cuadrada de 31'505.769, que tendrá - -

$$8 \div 2 = 4 \text{ cifras.}$$

El procedimiento es el siguiente :

a) $\sqrt{31.50.57.69}$ |

Se coloca el número debajo del radical. Se divide de derecha a izquierda en períodos de 2 cifras; el primer período de la izquierda puede - tener una o dos cifras.

b) $\sqrt{31.50.57.69}$ | 5
- 25
6

Se extrae la raíz entera del primer período de la izquierda y se escribe en la casilla derecha del radical. Se eleva al cuadrado y se resta del - primer período de la izquierda, para obtener el primer residuo parcial.

c) $\sqrt{31.50.57.69}$ | 5
- 25 | 10
65.0

Al lado del primer residuo parcial se baja el 2º período, y se separa la - cifra de la derecha. Luego se duplica la raíz y se coloca debajo en la - 2a. casilla de la derecha.

La amistad entre iguales es la más firme.

```
d) √ 31.50.57.69 | 56
    - 25         | 106
      65.0       |
    - 63 6       |
       1 4       |
```

Se ve cuántas veces cabe el duplo de la raíz en la cantidad izquierda del primer residuo. Este número (en nuestro ejemplo 6), se coloca al lado de la raíz y de su duplo. Se multiplica esta cifra (el 6) por el duplo de - la raíz (el 106) y el producto se coloca a la izquierda para obtener el 2º residuo (en el ejemplo, 14)

```
e) √ 31.50.57.69  | 5613
    - 25          | 106
      65.0        | 1121
    - 63 6        |
       1 45.7     | 11223
     - 1 12 1     |
          33 66.9
        - 33 66 9
          00 00 0
```

Al lado del 2º residuo se coloca el tercer período, se separa la cifra de la derecha y se continúa el proceso hasta completar la raíz, que puede tener residuo cero (como en nuestro ejemplo) o diferente de cero.

<u>Raíz Cuadrada de los números decimales:</u> sea sacar la raíz a 606,6369 y a 0,000576

```
√ 6.06,63.69  | 24.63          √0,00,05.76 | 0,024
  4           | 44              4          | 44
  2 0.6       | 486             1 7.6      |
  1 7 6       | 4923            1 7 6      |
    3 06.3    |                 0 0 0      |
    2 91 6    |
      14 76.9
      14 76 9
      00 00 0
```

A partir de la coma se separan periodos de dos cifras, hacia la izquierda en la parte entera, (el último puede ser de una sola cifra), y hacia la - derecha en la parte decimal; si el último es de una sola cifra se le agrega un cero para completarlo. Luego se extrae la raíz en igual forma que se hace con un entero. Al llegar a la coma se coloca ésta en la raíz.

Cosa inicua es no tender la mano al caído

RAIZ CUADRADA DE CUALQUIER NUMERO ENTERO

Si se tiene un número cualquiera, que no sea potencia perfecta, como 3, 15, 140 etc., es claro que su raíz no puede ser exacta, pero se - consigue con la aproximación que se exija o con la que se desee obtener. Para encontrar todas las cifras requeridas, se agregan tantos períodos de dos ceros como sean necesarios.

EJEMPLOS :

1º) Extraer la raíz de 24, aproximada a centésimas

2º) Extraer la raíz de 385, aproximada a milésimas.

√24	4,89
16	8 8
80.0	9 69
70 4	
9 60.0	
8 72 1	
87 9	

√3.85	19.621
1	29
2 8.5	38 6
2 6 1	39 22
2 4 0.0	39 241
2 3 1 6	
8 4 0.0	
7 8 4 4	
5 5 6 0.0	
3 9 2 4 1	
1 6 3 5 9	

$\sqrt{24} = 4,89$ $\sqrt{385} = 19,621$

3º) Extraer la raíz de 3, aproximada a diezmilésimas:

√3	1,73205
1	2 7
2 0.0	3 43
1 8 9	3 462
1 1 0.0	3 46405
1 0 2 9	
7 1 0.0	
6 9 2 4	
1 7 6 0.00.0	
1 7 2 2 02 5	
3 7 97 5	

Solo la obediencia da derecho a mandar

RAIZ CUADRADA DE LAS FRACCIONES O QUEBRADOS

1º) Ambos términos son cuadrados perfectos : $\frac{16}{49}$ y $\frac{25}{81}$

$$\sqrt{\frac{16}{49}} = \sqrt{\frac{4^2}{7^2}} = \frac{\sqrt{4^2}}{\sqrt{7^2}} = \frac{4}{7} \; ; \; \sqrt{\frac{25}{81}} = \sqrt{\frac{5^2}{9^2}} = \frac{5}{9}$$

Se extrae la raíz al numerador y se pone como numerador del resultado; se extrae la raíz al denominador y se deja como denominador del resultado; el quebrado así formado es la raíz buscada.

2º) Cuando uno de los términos no es cuadrado perfecto, el método más sencillo y exacto es reducir la fracción a decimal y extraer luego la raíz. Si el decimal no es exacto, por cada cifra de aproximación que se quiera obtener en la raíz se sacan dos cifras decimales en la división.

Sea $\sqrt{\frac{5}{8}}$; entonces , $\frac{5}{8}$ = 0,624 y luego

√0,62.50	0,790568'
13 5.0	149
90.00.0	15805
10 77 50.0	158106
1 28 86 40.0	1581128
2 37 37 6	

$$\sqrt{5/8} = 0{,}790568$$

Sea $\sqrt{\frac{15}{16}} = \sqrt{0{,}9375}$

√0,93.75	0,9682"
12 75	186
1 590.0	1928
47 60.0	19362
8 87 6	

$$\sqrt{\frac{15}{16}} = 0{,}9682$$

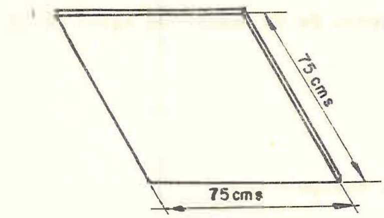
La raíz cuadrada de un quebrado propio es siempre mayor que él.

3º Cuando la fracción es compleja, es decir, cuando tiene operaciones indicadas en uno o en ambos términos, antes de sacar la raíz, es necesario transformar el quebrado hasta reducirlo a una sola fracción; luego volverlo decimal y sacar la raíz, como ya se ha visto.

No se puede mejorar lo que no se conoce

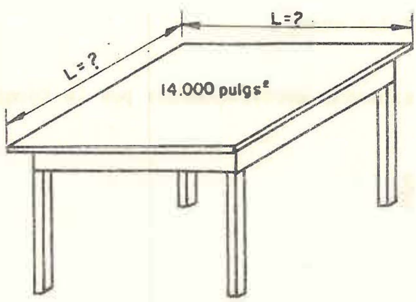
El cuadrado y raíz cuadrada tiene aplicaciones frecuentes en la técnica. Entre ellas una de las más comunes es la de hallar áreas de terrenos y elementos de forma cuadrada o triangular. Y si se conoce el área, - hallar el lado, etc. Así como hallar el lado de un triángulo rectángulo conociendo los otros dos lados; o un lado y su área, etc.

EJERCICIOS



1º) Cuál es el área de una lámina - cuadrada de 75 cm. de lado ?

R = 5.625 cms^2.



2º) Cuál es el lado de una mesa cuadrada si su superficie es de - 14.400 pulgadas cuadradas ?

L = 14400 = 379,3 pulgadas

3º) Extraer las raíces cuadradas de los siguientes números :

a) 1000 d) 0,025

b) 65.200 e) 3,1416

c) f) 10,002

4º) El lote para una fábrica es un cuadrado de 5.630 mts^2. de área. Qué longitud tiene su lado ?

5º) Una tapa rectangular tiene 24 cm. de largo y 18 cm. de ancho.Cuánto - mide su área ?

Los bienes si no son comunicados no son bienes

FORMULA

Una fórmula es la expresión abreviada de un principio matemático o técnico, en la cual se sustituyen las palabras que expresan éste por símbolos tales como letras y signos aritméticos.

La regla que permite calcular el volumen de un cuerpo cuando se conocen su peso y densidad, dice: " El volumen de un cuerpo es igual al peso del cuerpo dividido por su densidad ".

Si se llama :

$V =$ volumen del cuerpo

$P =$ peso del cuerpo

$D =$ densidad del cuerpo,

la regla anterior se puede expresar abreviadamente por la fórmula :

$$V = \frac{P}{D}$$

Ventajas de la Formula :

a) Muestra a primera vista todas las operaciones que han de ejecutarse.

b) Ocupa menos espacio.

c) Da una idea clara y rápida de las relaciones que ligan a las magnitudes que entran en ella.

Cuando varias cantidades se hallan enlazadas por los diversos signos aritméticos que indican la adición, sustracción, multiplicación y división, las primeras operaciones que deben ejecutarse son las multiplicaciones; enseguida deben llevarse a cabo las divisiones.

Los signos de + y - son de igual importancia, y las operaciones que indican pueden ejecutarse en el mismo orden en que aparecen dispuestas

MODO DE APLICAR LAS FORMULAS:

Ejemplo 1:

Ley de Ohm : La intensidad de la corriente eléctrica constante que pasa por un circuito está en razón directa de la fuerza electromotriz y en razón inversa de la resistencia del circuito :

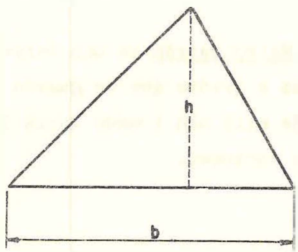
$$I = \frac{E}{R}$$

Se aplica así: La fuerza electromotriz de una corriente es de 3 V. y la resistencia del circuito eléctrico es de 15 ohmios. Cuál es la intensidad de la corriente en amperios ?

Se aplica la fórmula $I = \frac{E}{R}$ y se substituyen en ella los valores conocidos:

$$I = \frac{3}{15} = 0{,}2 \text{ amperios}$$

Ejemplo 2: La superficie de un triángulo es igual a la mitad del producto de la base por la altura correspondiente

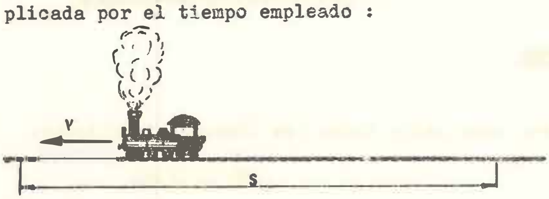


$$A = \frac{b \times h}{2}$$

Se aplica así : Un triángulo cuya base es de 20 metros y cuya altura es de 15 m., cuánto tiene de superficie ?

Se toma $A = \frac{b \times h}{2}$ y se substituye : $A = \frac{20 \times 15}{2} = 150 \text{ m}^2$.

Ejemplo 3: El espacio recorrido por un móvil es igual a su velocidad multiplicada por el tiempo empleado :



$$S = V \times t$$

Se aplica así :

Cuál es el espacio recorrido en 5 horas por un tren que anda a 60 Km por hora ?

Aplicamos la fórmula y tenemos :

$$S = V \times t = 60 \times 5 = 300 \text{ Km}$$

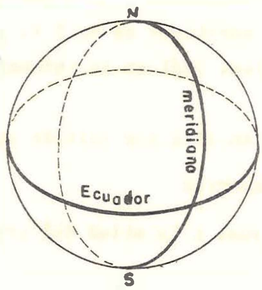
Nadie puede ser justo si no es humanitario

MEDIDAS

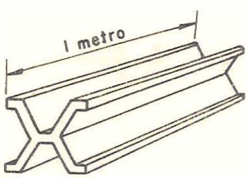
SISTEMA METRICO :

Es el conjunto de las medidas que se derivan del Metro.

METRO : es la longitud aproximadamente igual a 1 diezmillonésima parte de la distancia del Ecuador al Polo, medida sobre el meridiano de París.

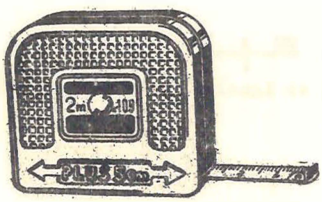


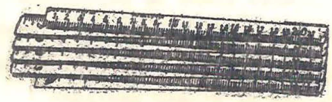
Meridiano: es un círculo terrestre máximo cuyo diámetro es la línea de los polos. Se ha comprobado que el cuadrante tiene 10'002.208 metros.



El Metro Patrón es una barra de platino e iridio que se guarda en París y de allí han tomado copia las demás naciones.

MEDIDAS DE LONGITUD



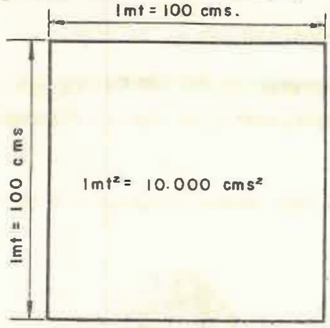


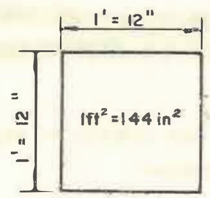
Unidad : el metro lineal. Sirve para medir todas las líneas o longitudes.

MULTIPLOS					SUBMULTIPLOS				
Dm	=	Decámetro	=	10 m.	0,1 m.	=	decímetro	=	dm.
Hm	=	Hectómetro	=	100 m.	0,01 m.	=	centímetro	=	cm.
Km	=	Kilómetro	=	1.000 m.	0,001 m.	=	milímetro	=	mm.
Mm	=	Miriámetro	=	10.000 m.	0,0001 m.	=	diezmilímetro	=	dmm.

No sabrá actuar el hombre que poco sabe.

MEDIDAS DE SUPERFICIE O AREA

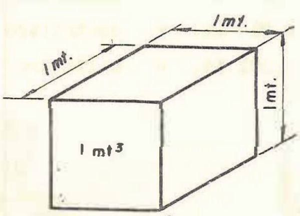


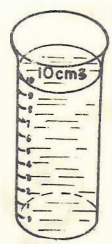


Unidad: el metro cuadrado, que es el área de un cuadrado de un metro de lado.

MULTIPLOS				SUBMULTIPLOS		
Dm^2	= Decámetro^2	= 100 m^2		0,01 m^2	= decímetro^2	= dm^2
Hm^2	= Hectómetro^2	= 10.000 m^2		0,0001 m^2	= centímetro^2	= cm^2
Km^2	= Kilómetro^2	= 1'000.000 m^2		0,000001 m^2	= milímetro^2	= mm^2
Mm^2	= Miriámetro^2	= 100'000.000 m^2				

MEDIDAS DE VOLUMEN





Unidad: el metro cúbico que es un cubo o dado, cada una de cuyas 6 caras - es un cuadrado de 1 metro de lado.

MULTIPLOS			SUBMULTIPLOS		
Dm^3	= Decámetro^3	= 1.000	0,001 m^3	= decímetro^3	= dm^3
Hm^3	= Hectómetro^3	= 1'000.000	0,000.001 m^3	= centímetro^3	= cm^3
Km^3	= Kilómetro^3	= 1.000'000.000	0,000.000.001 m^3	= milímetro^3	= mm^3

Método es el medio para ejecutar bien un trabajo

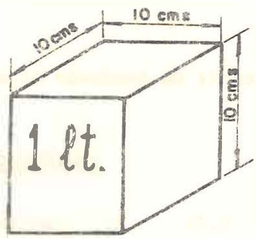
S E N A
Dirección Nacional
Bogotá - Colombia

MEDIDAS DE CAPACIDAD

Es necesario no confundir la capacidad con el volumen.

La Capacidad es el espacio vacío de alguna cosa; en cambio el volumen es la corpulencia o bulto de un objeto. La capacidad es un hueco; volumen es un macizo.

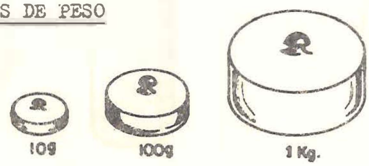
Las medidas de capacidad sirven para medir líquidos y a veces áridos o granos.



La unidad de capacidad es el Litro = 1 decímetro^3 = 1.000 cm^3

MULTIPLOS					SUBMULTIPLOS		
Dl. =	Decalitro	=	10 lt.	0,1 lt.	=	decilitro	= dl.
Hl. =	Hectólitro	=	100 lt.	0,01 lt.	=	centilitro	= cl.
				0,001 lt.	=	milílitro	= ml.

MEDIDAS DE PESO



La unidad de peso es el gramo, que se define como el peso de 1 c.c. de agua destilada, a 4º C. Se elige agua destilada por lo pura, y a 4ºC porque a esa temperatura está más densa o espesa. Se abrevia g. o gr.

MULTIPLOS					SUBMULTIPLOS		
Dg =	Decagramo	=	10 g.	0,1 g.	=	decígramo	= dg.
Kg =	Kilogramo	=	1.000 g.	0,01 g.	=	centígramo	= cg.
				0,001 g.	=	milígramo	= mg.

Se usa además:

1 Tonelada métrica = 1.000 Kg.

La destreza se adquiere con el tiempo y la práctica.

EXPRESION DE LAS MEDIDAS METRICAS

Como el sistema métrico decimal es una aplicación práctica del sistema de numeración, los números métricos podrán expresarse con gran sencillez en forma decimal colocando una a continuación de otra las cifras que expresan las unidades de cada orden que contienen, substituyendo por ceros las que falten y colocando una coma en la cifra de las unidades que se quieren expresar.

Ejemplo a): Expresar en metros la cantidad 8 Km, 6 Hm, 7 Dm, 4 m, 5 cm.

Se escribe así : 867405 y luego se coloca la coma para metros, así:

8674,05 m.

Ejemplo b) : Averiguar las unidades de cada orden que hay en el número

7402,093 Dm.

Se ve que el 2 expresa decámetros, luego el número es :

7 Mm, 4 Km, 0 Hm, 2 Dm, 0 m, 9 dm y 3 cm.

En forma análoga se expresan las otras unidades de medida así :

Ejemplo c): Expresar en decilitros : 5 Hl, 8 lt., 7 ml.

Se escribe así : 508007 y se separa así : 5080,07 dl.

La forma anterior es general para longitud, capacidad y peso. En las unidades de superficie y volumen hay que tener en cuenta que no contiene 10, sino 100 y 1.000 veces, respectivamente, a la unidad de orden inmediatamente inferior. Entonces en las de superficie los grupos son de dos cifras, y si en alguna unidad existe una sola cifra se le antepondrá un cero; si no tiene ninguna se pondrán dos.

Ejemplo d): Expresar en centímetros^2 el número 64 Dm^2, 8 m^2, 96 dm^2, 7 mm^2

Se coloca así : 6408960007 y se separa así : 64'089.600,07 cm^2

Ejemplo e): Expresar las unidades de cada orden contenidas en 7940.328,815m^2

Se descompone en grupos de 2 cifras a derecha e izquierda de la coma y se obtiene: 7 94 03 28, 81 50 = 7 Km^2, 94 hm^2, 3 Dm^2, 28 m^2, 81 dm^2, 50 cm^2.

Nadie debe aprovechar la ignorancia ajena

PASO DE UNAS UNIDADES A OTRAS

En las unidades de la misma especie se pasa de unas a otras co - rriendo la coma a la derecha o a la izquierda uno, dos o tres lugares cada vez, según sean de longitud, superficie o volumen.

Ejemplo 1º): Pasar 846,2071 Km a Dm .

Vemos que de Km a Hm. y a Dm. hay 2 pasos o grados inferiores; por lo tan - to, corremos la coma dos lugares a la derecha :

84620,71 Dm.

Ejemplo 2º): Sea pasar 8074500 Cm^2 a m^2.- De cm^2 a mts^2. hay 2 pasos superio res. Por lo tanto, corremos la coma 4 lugares a la izquierda :

807,45 m^2

Ejemplo 3º) : Sea pasar 85'730.000 cm^3 a m^3. Como son 2 pasos, queda así:

85,73 m^3

TRANSFORMACION DE UNIDADES DE CAPACIDAD EN UNIDADES DE VOLUMEN.

Como 1 litro es la capacidad de 1 $decímetro^3$, se toma como base para la transformación, así :

Ejemplo a) : Cuántos m^3 de agua caben en un tanque de capacidad 8.953 dl ?

Se reduce a litros :

8.953 dl = 895,3 l. y este número serán los dm^3 de - agua que caben en él.

Entonces ,

$$895,3\ dm^3 = 0,8953\ m^3$$

Ejemplo b): Cuántos hectólitros caben en un tanque de 9,875 m^3 ?

Se expresa el volumen en dm^3: 9,875 m^3 = 9.875 dm^3; y como 1 dm^3 equivale a 1 litro, tenemos:

$$9.875\ dm^3 = 9.875\ litros = 98,75\ Hl.$$

El principio es la mitad del todo.

CONCEPTO DE DENSIDAD

Es la Relación o Razón entre el peso de un cuerpo y su volumen, y se expresa generalmente en grs/cm^3.

De la definición anterior podemos establecer la fórmula de la Densidad :

$$D = \frac{P}{V}$$

Claramente vemos que la Densidad de un cuerpo es lo que pesa 1 cm^3 de él.

La Densidad de los cuerpos depende de la temperatura y la presión pero es prácticamente constante a condiciones normales para los sólidos y los líquidos, lo cual nos permite calcular su volumen conociendo su peso, o viceversa.

EJEMPLO 1 : Cuál es la densidad del oro, si 35 cms^3 de este metal pesan 673,75 grs ?

$$D = \frac{P}{V} = \frac{673,75}{35} = 19,25 \ grs/cm^3$$

EJEMPLO 2 :

El peso de un riel es de 2,67 kgs, y su densidad es 7,5 grs / cm^3. Cuál es su volumen ?

Como $D = \frac{P}{V}$,

Entonces $V = \frac{P}{D}$

Además, 2,67 kgs = 2670 grs.

Por lo tanto, $V = \frac{2670}{7,5}$

$V = 356 \ cms^3$.

EJEMPLO 3 :

Se ha calculado que el volumen de un eje es de 2.345 cms^3. El material que lo forma tiene una densidad de 8,2 grs / cm^3. - Cuál es el peso del eje ?

$$\text{Como } D = \frac{P}{V},$$

$$\text{Entonces } P = D \times V$$

$$P = 8{,}2 \times 2.345$$

$$P = 19{,}229 \text{ kgs.}$$

CONCEPTO DE PESO ESPECIFICO :

La densidad del agua es 1 gr / cm^3, puesto que el gramo se tomó como el peso de un cm^3 de agua destilada a 4º C. Esta característica del Sistema Métrico se emplea para la definición de Peso Específico de una - substancia:

Es la relación entre el peso de un cuerpo y el de igual volúmen de agua. Fácilmente se comprende que el peso específico equivale a la densidad, pero sin unidades.

Por ejemplo, si decimos que un cuerpo tiene un peso específico de 3,75, estamos diciendo que su densidad es de 3,75 grs/cm^3.

En el uso común frecuentemente se usan indistintamente estos - 2 conceptos, pero debe evitarse el confundirlos, porque son dos conceptos diferentes.

Lo que merece ser hecho, merece que se haga bien.

EJERCICIOS

I - Hacer las siguientes reducciones :

1) 8 m. a dm.
2) 9 l. a ml.
3) 56 Km^2 a m^2
4) 6 m^3 a dm^3
5) 2 cm^3 a m^3
6) 19 mm a m.
7) 185 cm a Dm.
8) 23 Hm^2 a m^2
9) 5 Km^3 a m^3
10) 16 Dm a Hm
11) 25 l a cl
12) 8 dg a mg
13) 9 mm^2 a cm^2
14) 1.145 cm^2 a m^3
15) 0,56 Hg a Tm

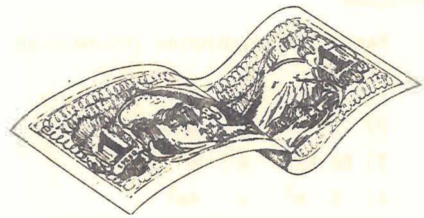
II - Pasar al complejo correspondiente.

1) 14 m
2) 18724 mm
3) 426 Km
4) 434 g
5) 1.008 Dg
6) 23.006 Kg.
7) 987 l.
8) 5,94 cl
9) 785 m^2
10) 14628 mm^2
11) 521.602 cm^2
12) 1416 m^3
13) 0,0007849 Dm^3
14) 47.324 Km^3
15) 4.326,18 dm^3

III - Reducir al orden indicado .

1) 24 Km 12 Dm 6 cm a mm.
2) 29 Mm 28 m 422 dm a Hm.
3) 18 m. 15 dm 8 mm a Dm.
4) 5 Hl 18 Dl 105 l a cl
5) 19 Kg 240 g 120 cg a mg.
6) 190 l 85 dl 604 cl a Hl
7) 4 Hg 160 Dg 444 g a Kg
8) 28 m^3 243 dm^3 58 mm^3 a cm^3
9) 7 Mm^3 96 Dm^3 239 cm^3 a m^3
10) 9,8 Kl 87 Dl 10,6 dl a Hl.

El mejor maestro es el ejercicio.



MONEDA DECIMAL

Es la pieza de metal acuñada por las naciones para facilitar los cambios y transacciones, representa el valor convencional de las cosas.

Papel Moneda : Son los billetes, cheques, bonos, letras, etc.

Ley de la Moneda o título : Es la relación o razón que hay entre el peso del metal fino y su peso total. Por lo general se expresa en milésimas: así, moneda de plata de ley 900 milésimas o Ley 0,900 quiere decir que el metal aleación está formado por 900 gr. de plata y 100 gr. de cobre.
Entonces:

$$\text{Ley} = \frac{\text{Peso metal fino}}{\text{Peso total}} = \frac{900}{1.000} = 0{,}900$$

Patrón: es el Metal o elemento que representa el valor real de la moneda y lo respalda. Por lo general es el oro, pero puede ser plata, hierro, trabajo, etc.

Unidad Monetaria : es la Moneda que sirve de Base y de la que se derivan las demás. La mayor parte de los países del mundo han adoptado la división decimal, es decir, la Unidad se divide en 100 partes iguales, denominados centésimos, céntimos o centavos.

A pesar de las grandes ventajas que se obtendrían para el mundo, si las diversas monedas tuvieran un valor equivalente, sólo una ínfima parte de naciones tienen monedas de valor equivalente. La gran diferencia de valores se extiende aún a las del mismo nombre, como el Peso.

Es claro que las monedas se comparan entre sí, a través de las que tengan la supremacía comercial en el mundo; hoy en día ésta es el Dólar de Estados Unidos.

En Colombia la moneda es el Peso ($) ORO

BILLETES	PESO (Oro)	MONEDAS
$ 2	1	$ 0,50 (centavos)
5	$	0,20
10		0,10
20		0,05
50		0,02
100		0,01

En Estados Unidos de N. A.

BILLETES	DOLLAR (Oro)	MONEDAS
$2\frac{1}{2}$	1	1 cent.
5	U.S. $	5 "
10		10 " = 1 dime
20		20 " = 1 Pieza
50		25 " = $\frac{1}{4}$ dollar
100		50 " = $\frac{1}{2}$ dollar

EJERCICIOS

1º) El cambio con Venezuela está a $ 2,32 por 1 Bolívar. Cuántos bolívares obtenemos con $ 4.345,50 ?

2º) Cuánto valen en pesos colombianos 460 sacos de café de 65 Kg. a U.S. $ 0,42 libra ?

3º) A cuántos gramos de plata de 0,925 equivalen 300 gramos de plata de - 0,900 ?

4º) Si 1 dólar vale $ 10,50, cuántos dólares hay que pagar por una importación de $ 1'325.850 ?

5º) Cierto día se compraron U.S. $ 2.500.oo con $ 24.325. Cuál era la equivalencia entre el peso y el dólar ese día ?

La dirección de nuestro espíritu es más importante que su progreso.

SISTEMA DE MEDIDAS INGLES

Entre los numerosos sistemas de medidas complejos y antiguos, el que aún se conserva y tiene plena aplicación es el de los pueblos de habla inglesa. Por el gran auge comercial que tienen esos países su sistema está en uso actualmente y vamos a estudiarlo aquí, para compararlo directamente con el métrico.

MEDIDAS DE LONGITUD O LINEALES

Unidad : 1 pie (foot) = 0,3048
(pies = feet)

1 Pie (foot) (')	= 12 pulgadas	=	0,3048 m.
1 Yarda (yard)	= 3 pies	=	0,9144 m.
1 Milla	= 1.760 yardas	=	1.609,344 mm.

MEDIDAS DE SUPERFICIE

1 Pulgada^2 (square inch)		=	6,451366 cm^2
1 Pie^2	= 144 pulgadas^2	=	0,0929 m^2
1 Yarda^2	= 9 pies^2	=	0,8361 m^2
1 Milla^2	= 640 acres	=	2,5899 Km^2

MEDIDAS DE VOLUMEN

1 Pulgada^3		=	16,3841 cm^3
1 Pie^3	= 1.728 pulgs.^{3}	=	0,02831 m^3
1 Yarda^3	= 27 pies^3	=	0,76438 m^3

MEDIDAS DE CAPACIDAD (Para líquidos)

1 Pinta (pint)	= 1/8 galón	=	0,5679 litros
1 Cuarto	= 2 pintas	=	1,1358 "
1 Galón (US. Gallon)	= 4 cuartos	=	3,7854 "
1 Barril (E.U. de N.A)(Petróleo)	= 42 galones (E.U.)	=	158,9868 "

MEDIDAS DE PESO

1 grano (grain) gr.		=	0,0648 gramos
1 Onza (ounce) oz		=	28,35 "
1 Libra (pound) lb.	= 16 onzas	=	453,60 "
1 Quintal E.U.(hundredweight)	= 100 libras	=	45,36 Kg.
1 Tonelada corta (short ton)	= 2.000 libras	=	907,20 "
1 Tonelada larga (long ton)	= 2.400 "	=	1.016

El sufrimiento es alivio del dolor.

REDUCCION

TABLA DE CONVERSION DE METRICO EN INGLES

MEDIDAS DE LONGITUD

1 milímetro	=	0,03937"
1 centímetro	=	0,3937"
1 metro	=	39,37" = 3,280' = 1.094 yds.
1 Kilómetro	=	3.280,83' = 0,62137 millas
1 decámetro	=	32,80' = 10,94 yds.

MEDIDAS DE SUPERFICIE

1 centímetro cuadrado	=	0,155 pulgadas cuadradas
1 metro cuadrado	=	10,76 pies cuadrados = 1,196 yds^2.
1 Kilómetro cuadrado	=	0,388 millas cuadradas= 247,1 acres

MEDIDAS DE VOLUMEN

1 centímetro cúbico	=	0,061 pulgadas cúbicas
1 metro cúbico	=	35,315 pies cúbicos = 1,308 yds^3.

MEDIDAS DE PESO

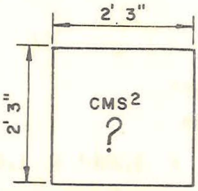
1 gramo	=	0,03531 onzas
1 kilogramo	=	2,2046 libras
1 tonelada métrica	=	1,10231 Short tons (toneladas cortas).

REDUCCION DE UNO A OTRO SISTEMA

Se debe tener en cuenta que las equivalencias de otros sistemas con el métrico no pueden obtenerse nunca con exactitud estricta; los resultados, pues, no son perfectamente exactos, lo que explica ciertas diferencias en la 3a. o 4a. cifra decimal.

No es vencido sino el que cree serlo

EJEMPLOS:



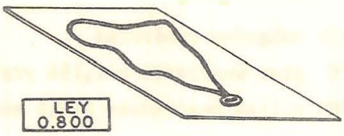
1º) Una placa cuadrada mide 2 pies 3 pulgadas de lado. Qué superficie tiene en centímetros cuadrados ?

Entonces 12" x 2' = 24"; 24 + 3 = 27'

Superficie = 27 x 27 = $729''^2$

y como $1''^2$ = 6,4513 cm^2 ∴

S = 729 x 6,4513 = 4.702,99 cm^2

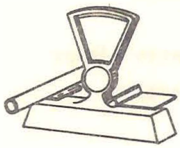


2º) Una cadena de oro pesa 200 g. y tiene 40 g. de cobre. Cuál es su ley?

Vemos que: 200 - 40 = 160 g. oro ∴

Ley = $\frac{160}{200} = \frac{4}{5} =$ 0,800

3º) Un eje de hierro de densidad 7,788 grs/cm^3 pesa 42,834 kg. Cuál es su volumen en $pies^3$?



Entonces : $V = \frac{P}{D}$ ∴ $V = \frac{42.834 \text{ g.}}{7,788}$ = 5.500 cm^3

y como 1 pie^3 = 0,02831 m^3 = 28.310 cm^3

tenemos: $\frac{5.50\cancel{0}}{28.31\cancel{0}}$ = 0,194277 $pies^3$

4º) Cuántos gramos de cobre deben alearse con 300 de plata para obtener - 0,917 de ley ?

Si la ley es 0,917 ,

entonces $\frac{917}{83} = \frac{300}{X}$ ∴ $X = \frac{83 \times 300}{917}$ = 27,15376 gr. de cobre

5º) Cuántos litros tiene un tanque de aceite de densidad 0,915 grs/cm^3 si lleno pesa 265,085 Kg y vacío pesa 37,250 Kg ?

Entonces, el peso del aceite será : 265,085 - 37,250 = 227,835 Kg.

y como $V = \frac{P}{D}$ ∴ $V = \frac{227.835 \text{ gr}}{0,915}$ = 249000 cm^3 = 249 dm^3

y 1 dm^3 = 1 litro ∴ 249 dm^3 = 249 litros.

Ningún camino de flores conduce a la gloria.

OTRAS MEDIDAS USADAS COMUNMENTE

DE LONGITUD :

1 Legua = 5 kilómetros

1 Vara = 0,8359 metros

1 Vara en la práctica se toma de 0,80 metros.

DE PESO :

1 Tonelada	=	20 quintales	qq
1 quintal	=	4 arrobas	@
1 arroba	=	25 libras	lb.
1 libra	=	16 onzas	oz.

SUPERFICIE :

1 Fanegada : $80 \text{ m} \times 80 \text{ m} = 6.400 \text{ m}^2 = 100 \text{ v}^2$

$100 \text{ v} \times 100 \text{ v} = 10.000 \text{ v}^2$

En algunas ciudades la tierra se vende por metros cuadrados.

En otras ciudades se vende por varas cuadradas.

PARA PAPEL :

1 Resma = 20 manos = 500 hojas.

PARA OTROS ARTICULOS : Tornillería, hilos, agujas, etc.

1 gruesa = 12 docenas = 144 unidades

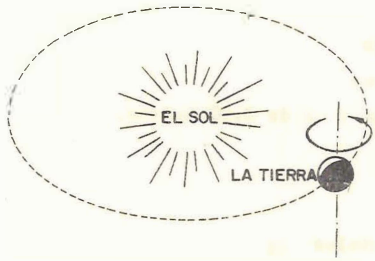
1 docena = 12 unidades

1 gran gruesa = 12 gruesas = 1.728 unidades

El hombre inútil es aquel que no sabe mandar ni obedecer.

MEDIDAS DE TIEMPO

Las medidas del tiempo se han tomado de la naturaleza, y las dos principales son :



el día : es el tiempo que emplea la tierra en dar una vuelta sobre su eje; se divide en 24 horas.

el año : es el tiempo que emplea la tierra en dar una vuelta alrededor del sol.

Las medidas de tiempo mas usadas son :

1 MINUTO	=	60 segundos		
1 HORA	=	60 minutos		
1 DIA	=	24 horas		
1 SEMANA	=	7 días		
1 DECADA	=	10 días		
1 QUINCENA	=	15 días		
1 MES	=	30 días		
1 TRIMESTRE	=	3 meses		
1 SEMESTRE	=	6 meses		
1 AÑO común civil	=	365 días	=	12 meses
1 AÑO bisiesto	=	366 "		
1 BIENIO	=	2 años		
1 LUSTRO	=	5 años		
1 DECADA o decenio	=	10 años		
1 SIGLO	=	100 años		
1 MES comercial	=	30 días		
1 AÑO comercial	=	360 días		

1 SEMANA: Lunes, Martes, Miércoles, Jueves, Viernes, Sábado, Domingo

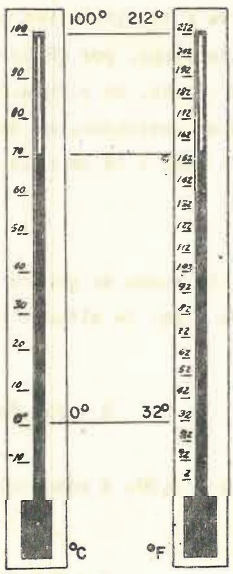
12 meses:

Enero	= 31	días
Febrero	= 28 o 29	días
Marzo	= 31	"
Abril	= 30	"
Mayo	= 31	"
Junio	= 30	"
Julio	= 31	"
Agosto	= 31	"
Septbre	= 30	"
Octubre	= 31	"
Noviembre	= 30	"
Diciembre	= 31	"

1 MES comercial y 1 AÑO comercial: es muy usado considerarlo así comercialmente.

Leed mucho pero no muchas cosas

MEDIDAS DE TEMPERATURA



La TEMPERATURA de un cuerpo es una medida de su estado relativo de calor o frío. Mientras más calor tenga un cuerpo, mayor será su temperatura. Esta a su vez se mide con Termómetros, que para cumplir su misión aprovechan la propiedad de los cuerpos de dilatarse con el calor. Así, los Termómetros de Mercurio son tubos de vidrio llenos de dicho metal líquido que al dilatarse con el calor indica la temperatura sobre una escala marcada en el vidrio.

Para medir la Temperatura se usan 2 escalas termómetricas :

a) ESCALA CENTIGRADA o Decimal, que en el punto de congelación del agua marca 0º y en el de ebullición marca 100º.

b) ESCALA FARENHEIT , usada en los países de habla inglesa, que marca el punto de congelación del agua con 32º y el de ebullición con 212º.

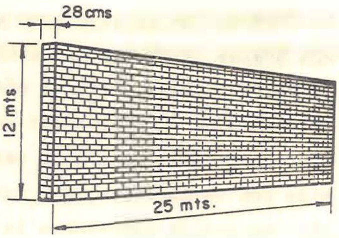
Para la conversión de una escala a otra se usan las siguientes fórmulas :

$$ºC = (ºF - 32) \times \frac{5}{9}$$

$$ºF = \frac{9}{5} \times ºC + 32$$

Ten miedo cada vez que no digas la verdad

PROBLEMAS VARIOS SOBRE MEDIDAS



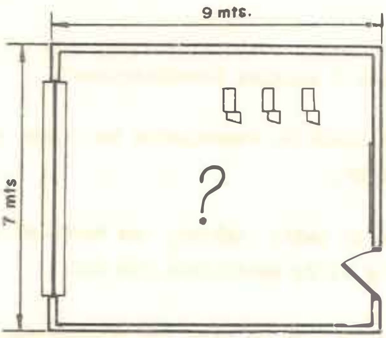
1º) Se va a construír una pared de 25 ms. de largo, por 28 cms. de espesor y 12 mts. de altura. Cuántos ladrillos se necesitan, si cada uno tiene 25 cms. x 14 cm x 15 cm ?

2º) En un salón de 35,42 m. de largo por 16 m. de ancho se quiere hacer poroso el piso colocando una capa de grava de 2 dm. de altura. Cuántos m^3 de grava se necesitan ?

R = 113,344 m^3

3º) Se compran 4 Dl. 6 l. de agua destilada por $ 9,20. A cómo sale el gramo de agua ?

R = $ 0,0002



4º) Un salón mide 9 m. x 7 m. Cuántos niños caben si cada uno ocupa 1,50 m^2 ?

R = 20

5º) Si 115 Kg. de cobre a $ 2,50 c/u se funden con 3 kg. de estaño a $ 80 c/u, cuál es el valor de un kg. de aleación ?

6º) Una tonelada métrica de azúcar cuesta $ 72.oo. Cuánto vale 1 Kg ?

7º) Cuántas toneladas de carbón caben en una carbonera de 5 m. de largo, 2,5 m. de ancho y 2 de alto, a 1,2 m^3 por tonelada ?

R = 20,83

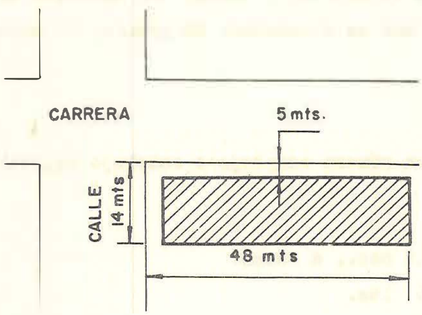
El amor a los libros es amor a la sabiduría.

8º) La caña contiene 14 ½ % de su peso en azúcar. En una cosecha un departamento produjo 2'884.750 toneladas de caña. Cuánto azúcar produjo ?

R = 418'288,75 ton.

9º) Hallar el lado de un cuadrado de 529 m^2 de superficie.

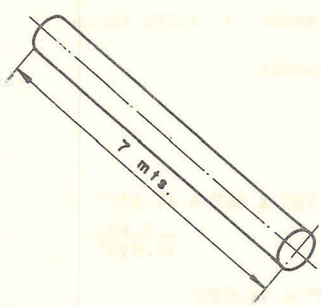
R = 23 m.



10º) Un lote de esquina tiene 14 m. por la calle y 48 por la carrera. - Cuánto vale el andén de 5 m. de ancho a $ 20 m^2 ?

R = 5.900

11º) Cuánto costarán los rieles para un ramal de ferrocarril de vía doble y 5 Km de longitud, si los rieles pesan 40 Kg/m. y cuestan $1.300 - por tonelada ?



12º) Hallar el peso de un árbol de transmisión de acero, de 7 cm. de diámetro y 7 m. de largo, si 1 m^3 - de acero pesa 8.000 Kg.

R = 2,2 kg.

13º) Dos tuberías alimentan un tanque de 12 m^3 de capacidad. La una da 425 l/h. y la otra 348 l/h. En cuántas horas lo llenan ambas ?

R = 15 h.

Sea siempre cortés, aún con aquellos que no lo merecen.

NUMEROS COMPLEJOS

Se dice que son somplejos los números que constan de varias partes de diferente unidad, pero que se refieren a una misma medida o magnitud Es decir, contienen varios grupos de unidades de distintos órdenes pero de la misma especie. Ej: 5 días, 22 horas, 18 minutos 6 segundos, son todas - unidades de tiempo; 2 quintales, 3 @, 14 libras, 7 onzas, son unidades de - peso; 1 barril, 5 galones, 2 litros, son de capacidad; 48 grados, 25 minu - tos, son de ángulo.

TRANSFORMACION DE COMPLEJOS

1ª Reducción: (Descendente)- Pasar un número complejo a complejo equivalente de orden inferior.

Ejemplo a): Pasar 10 @, 15 lbs, 10 onz., a onzas.

Como : 1 @ = 25 lbs.
1 lb = 16 onz.

Tenemos: $25 \times 10 = 250$ lbs; ahora $265 \times 16 = 4.240$ Onz.

$$\begin{array}{r} 250 \\ +\ 15 \\ \hline 265 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4.240 \\ +10 \\ \hline 4.250 \end{array}$$

∴ 10 @, 15 lbs., 10 onzas = 4.250 onzas

Ejemplo b): Pasar 13º 17' 18" a segundos

Como 1º = 60'
1' = 60"

Entonces: $13 \times 60 = 780'$; ahora : $797 \times 60'' = 47.820''$

$$\begin{array}{r} 780' \\ +\ 17 \\ \hline 797' \end{array} \qquad \begin{array}{r} 47.820'' \\ +\ 18 \\ \hline 47.838'' \end{array}$$

∴ 13º 17' 18" = 47.838"

2ª Reducción :(Ascendente)Pasar un Número Complejo de orden inferior a complejo equivalente de orden superior

Ejemplo a): Sea pasar 14.728 lbs a toneladas, qq y @ etc.

```
Tenemos: 14.728 | 25 lbs.
           2 22   589 @ | 40
            228   18      147 qq | 20 qq
           31bs   29        7      7 Ton
                   1 @      -      -
```

como 1 ton = 20 qq
1 qq = 4 @
1 @ = 25 lb.

∴ R = 7 ton 7 qq. 1@ 3 lb.

El que quiere, puede.

3ª) Reducción : Pasar un complejo a decimal de complejo de orden superior.

Ejemplo a) : Sea pasar 13 onzas a libras.

1 onza = $\frac{1}{16}$ de libra

∴ 13 onzas son $\frac{13}{16}$ de libra

y dividiendo queda $\frac{13}{16}$ = 0,8125 lb.

Ejemplo b): Sea expresar 18 pies $9\frac{3''}{4}$ pulgadas, en forma decimal de pie

$9\frac{3''}{4}$ = 9,75";

como 1' = 12" procedemos así: 9,75 ÷ 12" = 0,8125"

y entonces queda: 18' + 0,8125 = 18,8125 pies.

El proceso para pasar un complejo a decimal de complejo de orden superior consiste en dividir el número dado por el número de unidades necesarías para formar una unidad de orden superior, expresando el resultado en forma decimal.

4ª) Reducción: Pasar un número complejo decimal a otro complejo de orden inferior.

Ejemplo a): Sea pasar 0,625 pies a pulgadas

como 1' = 12",

0,625 x 12 = 7,50"

Ejemplo b): Sea reducir 36,464 horas a horas, minutos y segundos.

La parte entera no cambia pero la parte decimal se multiplica por 60' que tiene 1 hora: 0,464 x 60 = 27,84 ; de aquí se toma la parte decimal 0,84 y se multiplica por 60 para obtener segundos :

0,84 x 60 = 50,40 segundos

Por lo tanto, 36,464 horas = 36 h. 27 minutos y 50,4 segundos.

Ejemplo c): Pasar 0,835 pies^2 a pulgadas^2

como $1'^2 = 144''^2$

$0,835 \times 144 = 120,24''^2$

El proceso para reducir un complejo decimal a otro de orden inferior consiste en multiplicarlo por el número de veces que una de sus unidades contienen a la unidad en que se quiere expresar; el resultado es el valor expresado ya en la unidad inferior.

Pregunte al Profesor sobre las cosas que Ud. no entienda.

OPERACIONES CON NUMEROS COMPLEJOS

Con los Números complejos se hacen las mismas operaciones que con los números enteros ordinarios, pero reduciendo en el resultado las unidades de orden inferior al superior inmediato, siempre que sea posible.

ADICION O SUMA DE COMPLEJOS

Ejemplo a): Un trabajador gasta 1 hora 45 m. 49 segundos en hacer un trabajo; 2 h. 20' 34" en otro y 4 h. 27' 56" otro. Cuánto tiempo estuvo ocupado ?

Entonces:	horas	minutos	segundos
	1	45	49
	2	20	34
	4	27	56
	7	92	139
Reduciendo :	8	34	19

R = 8 h. 34 minutos 19 segundos.

Ejemplo b) : Se tienen :

Toneladas	quintales	arrobas	libras	onzas
4	9	2	23	14
1	0	1	5	3
12	10	0	17	9
7	16	3	10	0
24	35	6	55	26
Reduciendo:25 ton	17 qq	0 @	6 lb.	10 onz

El procedimiento para sumar complejos lo hemos ejecutado así: colocamos las unidades del mismo nombre en columnas verticales. Se inicia la suma por la columna de la derecha; si el total contiene las unidades suficientes para dar una o más unidades del orden superior, se toman esas unidades para agregarlas a la columna siguiente; el residuo o resto se deja debajo de la columna sumada; se suma la segunda columna y se sigue operando en la misma forma hasta terminar en la unidad de mayor denominación.

El hábito es el maestro más eficaz.

SUSTRACCION O RESTA DE COMPLEJOS

Ejemplo a): Efectuar la siguiente resta :

	Ton	quintales	arrobas	libras
	5	18	23	12
	- 3	14	5	8
	2	4	18	4
Reduciendo:	2	8	2	4

R = 2 Ton. 8 qq. 2@ 4 lbs.

Ejemplo b): Restar :

322º	00'	56"
- 184º	48'	58"
137	11	58

o así:

321º	59'	116"
- 184	48	58
137	11	58

R = 137º 11' 58"

Ejemplo c) : Sea restar de :

4 yardas	2 pies	9 pulgadas
- 3	1	5
1	1	4

R = 1 yd. 1 pie 4 pulgadas.

Para hacer la sustracción de complejos hemos operado así: colocamos las unidades de igual nombre en columnas verticales; se principia a restar por la columna de la derecha colocando cada diferencia parcial debajo de su columna respectiva. Pero si el número de unidades de una columna cualquiera es menor que el de las que se restan, se toma una unidad de la denominación u orden inmediatamente superior reduciéndola a la inferior, se suma con las existentes para hacer posible la sustracción y entonces se ejecuta ésta. Se continúa en igual forma hasta terminar.

Quien enseña algo propaga la luz

MULTIPLICACION DE COMPLEJOS

Ejemplo a): Se tienen 15 rieles de 12 yardas 2 pies y 8 pulgadas c/u. Cuánto miden todos ?

	12 yds.	2'	8"
x			15
	180	30	120
∴ Los rieles miden:	193	1'	0"

Ejemplo b): Si en hacer una estructura se emplean 4 semanas 10 días 18 horas, cuánto tiempo se gasta haciendo 7 ?

	4 sem.	10 d.	18 h.
x			7
	28	70	126
El tiempo gastado es:	38 sem.	5 d.	6 h.

El procedimiento seguido para multiplicar un complejo por un número dado es el siguiente : se multiplican las unidades de cada orden o denominación por el número y luego se hacen las reducciones que sean posibles.

Ejemplo c): Un ángulo mide 17º 43' 35". Cuánto miden 24 ángulos iguales ? Podemos ejecutarlo así :

$$17^{\circ} \times 60' = 1.020'$$
$$+\ 43$$
$$1.063' \times 60'' = 63.780''$$
$$+\ 35$$
$$63.815''$$

$$\therefore 17^{\circ}\ 43'\ 35'' = 63.815''$$

Para los 24 ángulos, 63.815" x 24 = 1'531.560";

Ahora se reduce así: 1'531.560 ÷ 60" = 25.526;

25.526 ÷ 60' = 425º 26'

R = 425º 26'

En este ejercicio, hemos procedido en otra forma, porque las unidades de denominaciones superiores las hemos transformado a unidades del menor orden; luego hemos multiplicado por el número y obtenido el resultado (1'531.560"), que se ha reducido a unidades de orden superior, obteniendo 425º 26'. Este procedimiento se puede aplicar para la multiplicación, pero es más largo que el primero.

Piense antes de actuar.

<u>Ejemplo d)</u>: En un telar se avanzan 14 yardas, 2 pies y 5 pulgadas por hora. Cuánto se hace en 1 día 18 horas y 40 minutos ?

Reduciendo : $14 \times 3' = 42'$

$$\begin{array}{rl} 42' & \\ \underline{+\ 2} & \\ 44' \times 12'' = & 528'' \\ & \underline{+\ 5} \\ & 533'' \end{array}$$

Reduciendo: $1 \times 24 = 24$ h

$$\begin{array}{rl} 24 & \\ \underline{+18} & \\ 42 \times 60' = & 2.520 \\ & \underline{+\ \ 40} \\ & 2.560 \text{ min.} \end{array}$$

$\therefore$ 14 yds, 2'5" /hora = 553"/hora = $\frac{553''}{60}$ / min.

$2.50 \text{ min} \times \frac{533''}{60} = 22.741\frac{1}{3}$ pulgadas.

Ahora se pasan a orden superior :

$$\begin{array}{lll} 22.741\frac{1}{3}'' & \underline{/12} & \\ 10\ 7 & 1.895' & \underline{/\cancel{3}} \\ \ \ 1\ 14 & \ \ 09 & 631 \text{ yds.} \\ \ \ \ \ 61 & \ \ 05 & \\ \ \ \ \ 1\frac{1}{3}'' & \ \ 2' & \end{array}$$

$\therefore$ R = 631 yds. 2' $1\frac{1}{3}$"

<u>Procedimiento</u> : Para multiplicar un complejo por otro complejo se reduce cada uno a las unidades de menor orden.

Se efectúa la multiplicación y se hacen las reducciones a unidades superiores.

El orden acelera el trabajo

DIVISION DE COMPLEJOS

Ejemplo a): Si un ángulo de 348º 53' 46" se divide en 23 partes iguales, cuánto mide cada una ?

$$\begin{array}{l|l} 348^{\circ} & 23 \\ \hline 118 & 15 \\ 03 & \end{array}$$

03 x 60' = 180; 180 + 53 = 233'

03 x 60" = 180; 180 + 46 = 226"

$$\begin{array}{l|l} 233 & 23 \\ \hline 03 & 10 \end{array}$$

Respuesta: cada uno de los 23 ángulos mide

$15^{\circ}\ 10'\ 9\frac{19}{23}''$

$$\begin{array}{l|l} 226 & 23 \\ \hline 19 & 9 \end{array}$$

El mismo proceso, abreviado ,se ilustra en seguida:

Ejemplo b): Se tiene una pieza de paño de 802 yardas 2 pies 9 pulgadas de - la cual se van a sacar 115 cortes. Cuánto mide cada uno ?

Tenemos :

$$\begin{array}{llll} 802 \text{ yd.} & 2' & 9'' & \underline{115} \\ 112 \times 3 = \underline{336} & & & 6 \text{ yd. } 2' \ 11\frac{8}{23}'' \\ & 338 & & \\ & 108 \times 12 = & \underline{1.296} & \\ & & 1.305 & \\ & & 155 & \\ & & 40 & \end{array}$$

Respuesta: Cada corte mide 6 yds. 2' $11\frac{8}{23}''$

Procedimiento: Se inicia la división por la unidad de mayor orden; el residuo que sobra pasa a unidades inmediatamente inferiores, y se suma - con ellas; ese total se divide por el número dado; el residuo nuevo se reduce a las unidades que siguen y se continúa en igual forma hasta terminar.

Se puede también reducir todas las unidades a las de menor orden y dividir ese resultado por el número; se obtiene así la respuesta en unidades del menor orden; si se quiere, se da la respuesta en unidades superiores haciendo las reducciones necesarias.

La cortesía no cuesta nada y gana todo.

MEZCLA O ALIGACION O LIGACION

La operación que tiene por objeto resolver los problemas referentes a la combinación o mezcla de varias substancias es la regla de mezcla o aligación. Cuando se aplica a la combinación de metales fundido entre sí - se denomina regla de ligación.

Ejemplo a): Se tiene pinturas cuyos precios son de \$ 55 y \$ 80 por galón. Cuánto se debe tomar de cada una para que el precio de la mezcla sea de \$ 70 por galón ?

Se dispone así :

55		15
	70	
80		10

Se raciocina : al tomar un galón de \$55 para ponerlo a \$ 70 tiene un aumento de \$15.

Al tomar un galón de \$80 tiene una disminución de \$ 10.

Para que salga a \$70 debe equilibrarse lo que aumenta con lo que disminuye, igualando; para éllo podemos buscar el Mínimo Común Múltiplo de 15 y de 10, que es 30

M C M de 15 y 10 es 30

Ahora dividiendo $30 \div 15 = 2$ nos dá el número de galones de \$55 que se deben tomar :

$$\frac{30}{15} = 2$$

y dividiendo $30 \div 10 = 3$ nos dá el número de galones de \$80 que se deben tomar para la mezcla

$$\frac{30}{10} = 3$$

Entonces se toman 2 gal. de \$55 y 3 gal. de \$80; si se quiere una mayor cantidad se sigue mezclando en esta proporción.

R = 2 gl. de \$ 55; 3 gl. de \$80

Aconsejar no es mandar.

LIGACION

Problema : Una barra de plata de 0,835 de ley pesa 1.250 gramos. Qué peso de otra barra de 0,950 de ley se le debe añadir para que resulte una barra de 0,900 de ley ?

Se dispone así :

0,835		0,065
	0,900	
0,950		0,050

Se raciocina así: Las dos cantidades a mezclar son inversamente proporcionales a las diferencias de sus leyes respectivas con la ley media. Por lo tanto, como conocemos una de esas cantidades (1.250), podemos establecer la proporción:

$$\frac{65}{50} = \frac{X}{1.250} \therefore X = \frac{65 \times 1.250}{50}$$

$$\therefore X = 65 \times 25$$

$$= 1.625$$

R = 1.625 gramos de 0.950

Este mismo resultado se puede obtener equilibrando lo que aumenta una ley con lo que disminuye la otra para obtener la nueva ley.

Para igualar podemos buscar el MCM(mínimo común múltiplo) de 65 y 50 que es 650. Y ahora dividiendo este M.C.M. por 65 y 50 nos da las menores cantidades de la proporción en que se deben tomar para obtener la mezcla de la nueva ley (0,900), así :

65	50	2
65	25	5
13	5	5
13	1	13
1		

650 ÷ 65 = 10 g. de 0,835

650 ÷ 50 = 13 g. de 0,950

MCM = 650

Pero como de la ley 0,835 dan 1.250 g. es decir 1.250 ÷ 10 = 125 veces más que la cantidad mínima entonces tenemos que de la otra ley 0,950 también se debe tomar 125 veces más la cantidad mínima :

125 x 13 = 1.625 gramos.

El hombre que poco sabe nunca se hará entender.

PROBLEMAS

1º) A cómo sale cada litro de una mezcla de 10 litros de vino de.$ 8,40 con 18 litros de $9 y 14 litros de $ 12 ?

2º) Qué cantidades de arroz de $ 1 libra y de $1,35/libra se necesitan para obtener una mezcla que pueda venderse a $ 1,20 ganando $ 0,05 en cada libra?

3º) Una mezcla de ácido al 15 % tiene 58 litros. Cuánto vale cada litro si el de ácido vale $ 7,30 y el de agua destilada $ 0,80 ?

4º) Qué cantidades de café de $ 0,50 y $ 0,40 por libra se requieren para formar una mezcla de 30 libras de café para venderlas a $ 0,47 ganando $ 0,05 en cada libra ?

5º) Cuánto platino hay que mezclar a 5.408 gramos de aleación de 0,685 de Ley para subirlo a ley 0,900 ?

6º) Cuántos camiones de 6,5 toneladas métricas se necesitan para cargar 400 sacos de café de 65 Kg. cada uno ?

R = 4 camiones

7º) Tenemos 51 rieles de 17 pies 3" de largo c/u. Cuál es el largo total en yardas ?

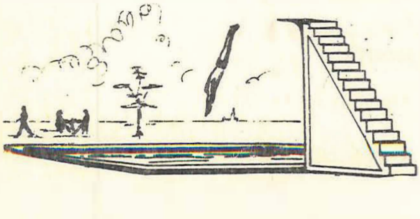
R = 293 yd. 9 pulg.

8º) Cuántos hectólitros contiene un tanque cuya capacidad es 9,32 m^3 ?

R = 93,20 l.

9º) Un eje pesa 18 libras inglesas por pie.Cuántos Kg. pesa por metro ?

R = 26,7907088 Kg.



10º) Cuál es la capacidad en m^3 de una piscina que mide 32 pies de largo por $12\frac{3'}{4}$ ancho y $7\frac{3'}{8}$ de profundidad ?

R = 85,18 m^3

Disipe sus dudas: pida aclaraciones al Profesor.