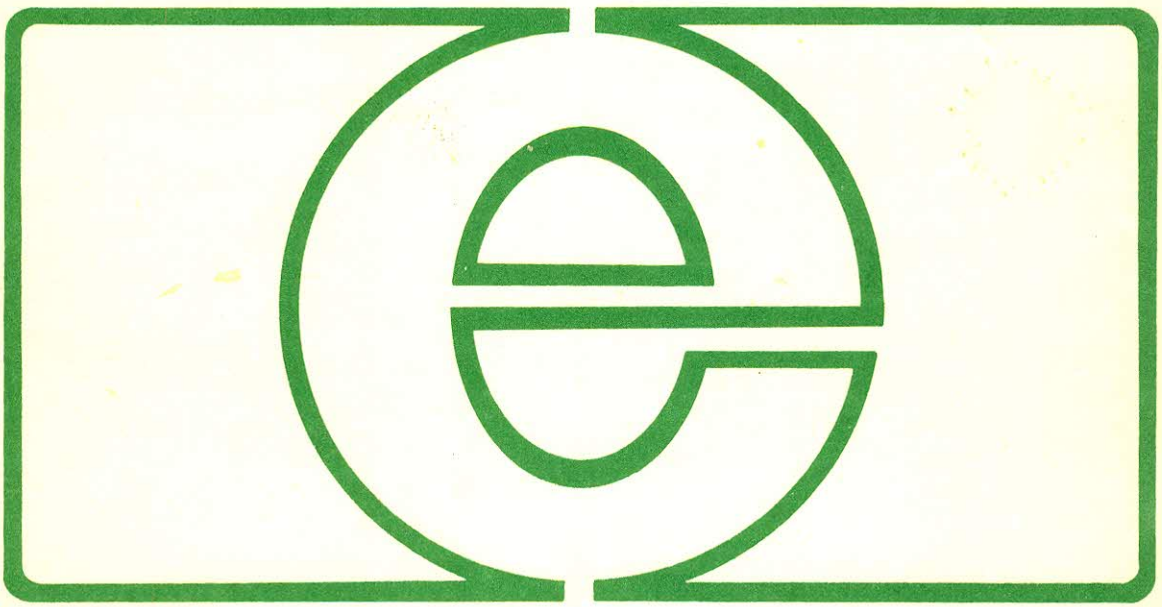
ESTADISTICA

Unidad autoformativa No 6



Media geométrica y media armónica

SENA

División de Programación Didáctica

Servicio Nacional de Aprendizaje SENA
Subdirección General de Operaciones
División Programación Didáctica
Bogotá - Colombia
Enero de 1978

SERIE UNIDADES DE ESTADISTICA

MEDIA GEOMETRICA Y MEDIA ARMONICA

Unidad Autoformativa No. 6

Elaboración: Guillermo Uribe
José Alvarez

Corrección y Adaptación Didáctica: Dario Restrepo

"Prohibida la publicación total o parcial de este documento sin la autorización expresa del SENA".

CONTENIDO

I. OBJETIVOS

II. AUTOPRUEBA DE AVANCE

III. DESARROLLO

- A. Media Geométrica
  - 1. Media Geométrica para datos no agrupados
  - 2. Media Geométrica para datos agrupados
- B. Media Armónica

IV. AUTOPRUEBA FINAL

- A. Prueba
- B. Respuestas Autoprueba Final

Anexo: Logaritmos - Antilogaritmos

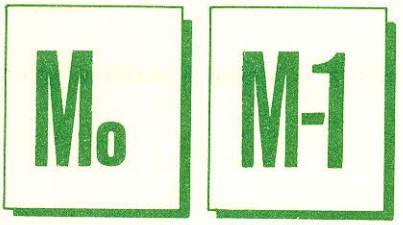
V. BIBLIOGRAFIA

I. OBJETIVOS

Al terminar el estudio de la presente Unidad, el alumno estará en capacidad de:

- Hallar la Media Geométrica y la Media Armónica de una serie determinada de datos.

II. AUTOPRUEBA DE AVANCE



A lo largo de esta Unidad estudiará usted lo referente a las Medias Geométrica y Armónica. En la página 9 hay una prueba mediante la cual puede medir sus conocimientos sobre estos temas. Si no acierta a responder correctamente toda la prueba, debe estudiar esta Unidad.

El estudio de la Media Geométrica requiere conocimientos de Logaritmos y Antilogaritmos. Quizás usted tenga frescos estos conocimientos; pero si así no fuera, puede repasarlos en el Anexo que sobre el tema aparece en la página 12.

III. DESARROLLO

A. MEDIA GEOMETRICA

1. MEDIA GEOMETRICA PARA DATOS NO AGRUPADOS

La Media Geométrica se define como la raíz n-sima del producto de los n datos.

Para comprender mejor, observe cómo obtener la Media Geométrica (o Mo) de una distribución de 3 datos.



Sean 8, 2 y 4 las edades de 3 personas. La Mo será la $\sqrt[3]{\ }$ del producto de los 3 datos, o sea:

CORRESPONDE AL NUMERO DE DATOS → $\sqrt[3]{8 \times 2 \times 4} = \sqrt[3]{64}$

La Media Geométrica es entonces 4.

No le parece difícil, verdad? Halle la Mo de estos datos: 9, 1, 3.

Seguramente su respuesta es 3, pues $\sqrt[3]{9 \times 1 \times 3} = 3$

La fórmula para hallar la Mo puede ser entonces:

$$\sqrt[n]{X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \ldots X_n}$$

donde n = número de datos, X_1 = 1er. dato, X_2 = 2º dato, X_3 = 3er. dato, ... X_n = último dato.

La Mo de estos datos: 7, 10, 21, 5, 3, 8, 19, será:

$$\sqrt[7]{7 \times 10 \times 21 \times 5 \times 3 \times 8 \times 19} = \sqrt[7]{3'351.600}$$

Pero no es fácil sacar $\sqrt[7]{\ }$. En general, cuando n es un número mayor de 3 es difícil resolver el radical. Por eso la fórmula:

$$Mo = \sqrt[n]{X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \ldots X_n}$$

no nos es de mucha utilidad. Po-

demos eliminar el radical escribiendo $$M_o = (X_1 . X_2 . X_3 \ldots X_n)^{1/n}$$

Elevar un número a un exponente fraccionario nos resultaría demasiado complicado. Así que multipliquemos ambos términos de la igualdad por logaritmo, y ésta no variará:

$$\log M_o = \frac{\log X_1 + \log X_2 + \ldots + \log X_n}{n}$$

Dado que nuestro interés es hallar Mo y no log Mo, multiplicamos los dos términos de la igualdad por Antilogaritmo y tenemos:

$$M_o = \text{antilog}\left(\frac{\log X_1 + \log X_2 + \log X_3 + \ldots + \log X_n}{n}\right)$$

lo que en términos estadísticos es:

$$M_o = \text{antilog} \frac{\sum_{i=n}^{n} \log X_i}{n}$$

(Si lo considera necesario, repase sus conocimientos sobre logaritmos y antilogaritmos en el Anexo de la página 12.)

Practique ahora sus conocimientos sobre Media Geométrica hallándola para los siguientes datos: (consulte las Tablas de las páginas 16 y 17).

20, 16, 5, 39, 42, 11, 7, 91

Si su respuesta ha sido Mo=19,186 ha comprendido perfectamente cómo se calcula la Media Geométrica. Es aconsejable, sin embargo, que realice más ejercicios para que se familiarice con la fórmula. Usted puede inventar series de datos y calcular Mo mediante la aplicación de la fórmula que ha aprendido.

2. MEDIA GEOMETRICA PARA DATOS AGRUPADOS

En estos casos lo primero que debe hacerse es hallar la marca de clase de cada intervalo.

CLASES	ni	Yi
50 - 56	5	53
57 - 63	7	60
64 - 70	15	67
71 - 77	10	74
78 - 84	3	81

Luego se saca el logaritmo de cada marca de clase...

CLASES	ni	Yi	log Yi
50 - 56	5	53	1,7243
57 - 63	7	60	1,7782
64 - 70	15	67	1,8261
71 - 77	10	74	1,8692
78 - 84	3	80	1,9085

... y estos resultados se multiplican por la frecuencia de cada clase.

CLASES	ni	Yi	log Yi	log Yi x ni
50 - 56	5	53	1.7243	8.6215
57 - 63	7	60	1.7782	12.4474
64 - 70	15	67	1.8261	27.3915
71 - 77	10	74	1.8692	18.6920
78 - 84	3	80	1.9085	5.7255
	n=40			

La suma de estos productos se divide por el número de datos (n)

$$\frac{72.8779}{40} = 1.8219$$

CLASES	ni	Yi	log Yi	log Yi x ni
50 - 56	5	53	1.7243	8.6215
57 - 63	7	60	1.7782	12.4474
64 - 70	15	67	1.8261	27.3915
71 - 77	10	74	1.8692	18.6920
78 - 84	3	80	1.9085	5.7255
	n=40		÷	72.8779

Y el antilogaritmo de este resultado será la Media Geométrica de la distribución:

Antilog 1.8219 = 66.36

Mo = 66,36

No se preocupe por la longitud del procedimiento. Con un poco de práctica se familiarizará con el cálculo de la Media Geométrica para datos agrupados.

Aquí tiene usted una oportunidad de comprobar sus conocimientos al respecto: calcule la Mo para estos datos:

CLASES	ni			
10 - 18	5			
19 - 27	7			
28 - 36	12			
37 - 45	6			
	30			

Si su respuesta es Mo =27.1 ha asimilado lo relativo a Media Geométrica. Su procedimiento debió haber sido:

CLASES	n_i	Y_i	log Y_i	log Y_i x n_i
10 - 18	5	14	1.1461	5.7305
19 - 27	7	23	1.3617	9.5319
28 - 36	12	32	1.5051	18.0612
37 - 45	6	41	1.6128	9.6768
	30			43.0004

$$\text{Antilog } \frac{43.0004}{30} = \text{antilog } 1.4333 = 27.1$$



Para hallar la Mo ningún dato puede ser cero ni negativo. Con la fórmula inicial de la Mo esto será para usted más obvio:

$$Mo = \sqrt[n]{X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdot \ldots \ldots X_n}$$

Si un dato fuera cero, la Mo también sería cero.
Si un dato fuera negativo tendríamos un término negativo en el radical, y la Mo sería imaginaria.

B. MEDIA ARMONICA

La Media Armónica (o M-1) es el inverso de la Media Aritmética de los inversos de los datos.

La Media Armónica de los datos 7, 3, 1, 9, será entonces:

$$M\text{-}1 = \frac{4}{\frac{1}{7} + \frac{1}{3} + \frac{1}{1} + \frac{1}{9}}$$



Lo que en términos estadísticos es:

$$M\text{-}1 = \frac{n}{\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \ldots\ldots \frac{1}{X_n}}$$

¿Comprendido? Ahora puede practicar lo que acaba de aprender resolviendo el siguiente problema:

Los 7 salones de un colegio tienen 32, 54, 19, 50, 48, 44 y 30 pupitres respectivamente. ¿Cuál es la M-1 ?

¿Ha respondido usted M-1 = 35,12 ? Esta es la respuesta correcta; luego usted ha aprendido a calcular la Media Armónica.

¿Cómo se halla la M-1 si los datos están agrupados? De una manera muy sencilla.

En la fórmula para datos libres cada número 1 del denominador significaba, al fin y al cabo, la frecuencia de cada dato, y los X_1, X_2, etc. correspondían a los valores del primer dato, del segundo, etcétera.

Pues bien: como en las distribuciones de frecuencia se asume que todos los datos de cada clase tienen el valor de la marca de clase, nos sirve la misma fórmula cambiando 1 por n_i (la frecuencia de cada clase) y $X_1, X_2, X_3 \ldots\ldots\ldots X_n$ por las marcas de clase.

Observe el siguiente ejemplo: Siendo la siguiente distribución de frecuencias, hallar la M-1.

CLASES	n_i
10 - 18	7
19 - 27	12
28 - 36	6
37 - 45	10
	n=35

Es necesario hallar ahora las marcas de clase (Y_i)

CLASES	n_i	Y_i
10 - 18	7	14
19 - 27	12	23
28 - 36	6	32
37 - 45	10	41
	n=35	

Y tendremos entonces:

$$M-1 = \frac{35}{\frac{7}{14} + \frac{12}{23} + \frac{6}{32} + \frac{10}{41}} = 24.08$$

Para saber si lo ha comprendido, calcule la M-1 de la siguiente serie agrupada de datos:

CLASES	ni
34 - 36	2
37 - 39	7
40 - 42	1
43 - 45	4

Ya domina usted la Media Armónica si su respuesta ha sido M-1 = 39.2597

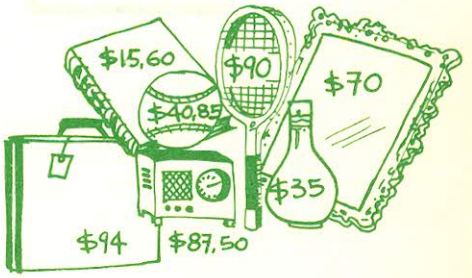
IV. AUTOPRUEBA FINAL

A. PRUEBA

1. Podría usted determinar la Mo de los siguientes datos sin utilizar la Tabla de logaritmos ?

   5, 1, 25

2. Cuál es la Mo de los precios de estos siete artículos ?



3. Un estudiante de matemáticas ha concluído que la Mo de la siguiente serie de datos agrupados es 19.8 , pero el profesor le ha pedido revisar el procedimiento pues la respuesta no es correcta. ¿Quiere usted ayudarle a hallarla ?

CLASES	f_i
10 - 14	2
15 - 19	7
20 - 24	11
25 - 30	5
	n=25

4. Trace un círculo alrededor del dato de la derecha que corresponda a la Media Armónica de los siguientes datos:

   98, 100, 54, 32, 69

59,19 70,6 61,28 45,6 54,36 69,20

5. Los buses pertenencientes a 17 empresas se hallan distribuidos en la siguiente tabla. Se necesita hallar la Media Armónica. ¿Podría usted calcularla?



CLASES	n_i
15 - 25	1
26 - 36	4
37 - 47	8
48 - 58	3
59 - 69	1

B. RESPUESTAS AUTOPRUEBA FINAL

1. Mo = 5

2. Mo = 52.9 (*)

3. Mo = 20.3 (*)

4. M-1 = 59.24

5. M-1 = 35.76

(*) Estas respuestas han sido obtenidas con las tablas anexas a esta Unidad. Si usted ha trabajado con calculadora o regla de cálculo, los resultados pueden ser ligeramente diferentes.

ANEXO

LOGARITMOS Y ANTILOGARITMOS

A. LOGARITMOS

Es el exponente a que debe elevarse un número llamado base para obtener un número dado.

Siendo $10^3 = 1000$ 3 es el logaritmo de 1000 en el sistema cuya base es 10.

Limitaremos estas explicaciones a los logaritmos con base 10, pues son los más usados.

Para el ejemplo citado, diremos: log 1.000 = 3 pues 3 es el exponente a que debe elevarse 10 para que dé 1.000.

Todo logaritmo tiene dos partes como se ve en el ejemplo:

Una parte entera llamada CARACTERISTICA ——→ 1,8325 ←—— y una parte decimal llamada MANTISA

Usted puede determinar si la Característica es 0, 1, 2, 3, etc., pues es igual al número de cifras enteras del número, menos 1.

Si el número es 36 (dos cifras enteras) la Característica de su logaritmo será 1 .

Si el número es 420,31 (tres cifras enteras), será 2 .

¿Y a la Mantisa?

Para hallarla observe las tablas de las páginas 16 y 17. Busque las dos primeras cifras del número bajo N. La tercera búsquela a la derecha de N. Donde se crucen está la Mantisa.

Ejemplos: 632 El renglón 63 y la columna 2 se cruzan en 8007.

5,87 El renglón 58 (dos primeras cifras) y la columna 7 (tercera cifra) se cruzan en 7686.

Luego log 632 = 2,8007 y log 5,87 = 0,7686

Las "Partes Proporcionales" a la derecha de las tablas le indicarán cuanto debe sumar a la mantisa según la cuarta cifra.

Ejemplo: Sea el número 5027

El renglón 50 y la columna 2 se cruzan en 7007. En "Partes Proporcionales" corresponde a la columna 7 (cuarta cifra del número) el número 6.
Entonces la Mantisa será 7007 + 6 = 7013 , y el logaritmo de 5027 : 3,7013 .

Constate si están bien hallados los siguientes logaritmos:

log 70,34 = 1,8472

log 541 = 2,7332

log 5,891 = 0,7702

log 241,6 = 2,3831

Todos están correctos ¿No es verdad? Ahora practique hallando el logaritmo de estos números:

log 5,038 =

log 4945 =

log 33 =

Si sus respuestas son: 0,7023 ; 3,6941 y 1,5185 ha aprendido a calcular logaritmos en base 10.

B. ANTILOGARITMOS

Un antilogaritmo es, simplemente, lo contrario del logaritmo. Es el proceso inverso.

Para obtenerlo en forma fácil siga estos pasos:

- Localice en la Tabla la Mantisa o el número más aproximado a ella.
- Al extremo izquierdo (bajo N) habrá un número de **2** cifras y subiendo de la Mantisa hasta el primer renglón (a la derecha de N) habrá otro de **UNA** cifra. Una aquellas dos con esta última, y ob-

tendrá un número de 3 cifras.

Coloque la coma tantos lugares a la derecha como indique la Característica del logaritmo aumentada en 1 .

Ejemplo: Hallar el antilogaritmo de 0.8370

Característica: 0
Mantisa : 8363

Al extremo izquierdo de 8363 está 68 y al extremo superior 7.
Se ha obtenido el número 687.
Como la Característica es 0 se coloca la coma un lugar (0 + 1) a la derecha.
Antilog 0.8370 = 6.87

Esto puede demostrarse calculando el log 6,87 que será 0.8370

Practique este procedimiento determinando cuales de los siguientes antilogaritmos están bien calculados.

Antilog 1.8531 = 71.3 _____

Antilog 2.0610 = 115 _____

Antilog 3.4900 = 3090 _____

Antilog 0.9236 = 83.9 _____

Antilog 1.7702 = 59.8 _____

Solamente los dos últimos están mal calculados, pues las respuestas correctas son 8.39 y 58.9 respectivamente. Si tales han sido sus respuestas, su asimilación es completa.

(TABLAS DE LOGARITMOS)

Apéndice V Spiegel.

Páginas 346 y 347.

Apéndice

LOGARITMOS DECIMALES CON CUATRO CIFRAS

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Partes proporcionales 1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	3	6	10	13	16	19	23	26	29
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	3	6	9	12	15	18	21	24	27
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	3	6	8	11	14	17	20	22	25
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279	3	5	8	11	13	16	18	21	24
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529	2	5	7	10	12	15	17	20	22
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765	2	5	7	9	12	14	16	19	21
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989	2	4	7	9	11	13	16	18	20
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	2	4	6	8	11	13	15	17	19
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	2	4	6	8	10	12	14	16	18
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	2	4	6	8	10	12	14	15	17
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	2	4	6	7	9	11	13	15	17
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	2	4	5	7	9	11	12	14	16
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	2	3	5	7	9	10	12	14	15
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	2	3	5	7	8	10	11	13	15
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	2	3	5	6	8	9	11	13	14
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	2	3	5	6	8	9	11	12	14
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	1	3	4	6	7	9	10	12	13
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	1	3	4	6	7	9	10	11	13
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	1	3	4	6	7	8	10	11	12
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	1	3	4	5	7	8	9	11	12
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	1	3	4	5	6	8	9	10	12
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	1	3	4	5	6	8	9	10	11
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551	1	2	4	5	6	7	9	10	11
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670	1	2	4	5	6	7	8	10	11
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	1	2	3	5	6	7	8	9	10
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899	1	2	3	5	6	7	8	9	10
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010	1	2	3	4	5	7	8	9	10
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	1	2	3	4	5	6	8	9	10
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	1	2	3	4	5	6	7	8	9
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	1	2	3	4	5	6	7	8	9
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	1	2	3	4	5	6	7	8	9
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	1	2	3	4	5	6	7	8	9
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618	1	2	3	4	5	6	7	8	9
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712	1	2	3	4	5	6	7	7	8
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	1	2	3	4	5	5	6	7	8
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893	1	2	3	4	4	5	6	7	8
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981	1	2	3	4	4	5	6	7	8
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067	1	2	3	3	4	5	6	7	8
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152	1	2	3	3	4	5	6	7	8
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235	1	2	2	3	4	5	6	7	7
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316	1	2	2	3	4	5	6	6	7
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396	1	2	2	3	4	5	6	6	7
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Partes proporcionales 1	2	3	4	5	6	7	8	9
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474	1	2	2	3	4	5	5	6	7
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551	1	2	2	3	4	5	5	6	7
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627	1	2	2	3	4	5	5	6	7
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701	1	1	2	3	4	4	5	6	7
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774	1	1	2	3	4	4	5	6	7
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846	1	1	2	3	4	4	5	6	6
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917	1	1	2	3	4	4	5	6	6
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987	1	1	2	3	3	4	5	6	6
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055	1	1	2	3	3	4	5	5	6
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122	1	1	2	3	3	4	5	5	6
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189	1	1	2	3	3	4	5	5	6
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254	1	1	2	3	3	4	5	5	6
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319	1	1	2	3	3	4	5	5	6
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382	1	1	2	3	3	4	4	5	6
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445	1	1	2	2	3	4	4	5	6
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506	1	1	2	2	3	4	4	5	6
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567	1	1	2	2	3	4	4	5	5
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627	1	1	2	2	3	4	4	5	5
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686	1	1	2	2	3	4	4	5	5
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745	1	1	2	2	3	4	4	5	5
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802	1	1	2	2	3	3	4	5	5
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859	1	1	2	2	3	3	4	5	5
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915	1	1	2	2	3	3	4	4	5
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971	1	1	2	2	3	3	4	4	5
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025	1	1	2	2	3	3	4	4	5
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079	1	1	2	2	3	3	4	4	5
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133	1	1	2	2	3	3	4	4	5
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186	1	1	2	2	3	3	4	4	5
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238	1	1	2	2	3	3	4	4	5
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289	1	1	2	2	3	3	4	4	5
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340	1	1	2	2	3	3	4	4	5
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390	1	1	2	2	3	3	4	4	5
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440	0	1	1	2	2	3	3	4	4
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489	0	1	1	2	2	3	3	4	4
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538	0	1	1	2	2	3	3	4	4
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586	0	1	1	2	2	3	3	4	4
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633	0	1	1	2	2	3	3	4	4
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680	0	1	1	2	2	3	3	4	4
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727	0	1	1	2	2	3	3	4	4
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773	0	1	1	2	2	3	3	4	4
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818	0	1	1	2	2	3	3	4	4
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863	0	1	1	2	2	3	3	4	4
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908	0	1	1	2	2	3	3	4	4
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952	0	1	1	2	2	3	3	4	4
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996	0	1	1	2	2	3	3	3	4
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

V. BIBLIOGRAFIA

CANSADO, Enrique. Curso de Estadística General. Rosario (Argentina), 1958.

DANE (Departamento Administrativo Nacional de Estadística). Apuntes de Estadística. Bogotá: División de Ediciones, DANE, 1977.

D'OTTONE, Horacio. Estadística Elemental. Santiago de Chile: Cooperativa de Cultura y Publicaciones, 1970.

SHAO, Stephen. Estadística para Economistas y Administradores de Empresas. México: Herrero Hermanos, 1975. Décima Edición.

SPIEGEL, Murray R. Estadística. Cali (Colombia): Carvajal & Cía., 1973.